TEST

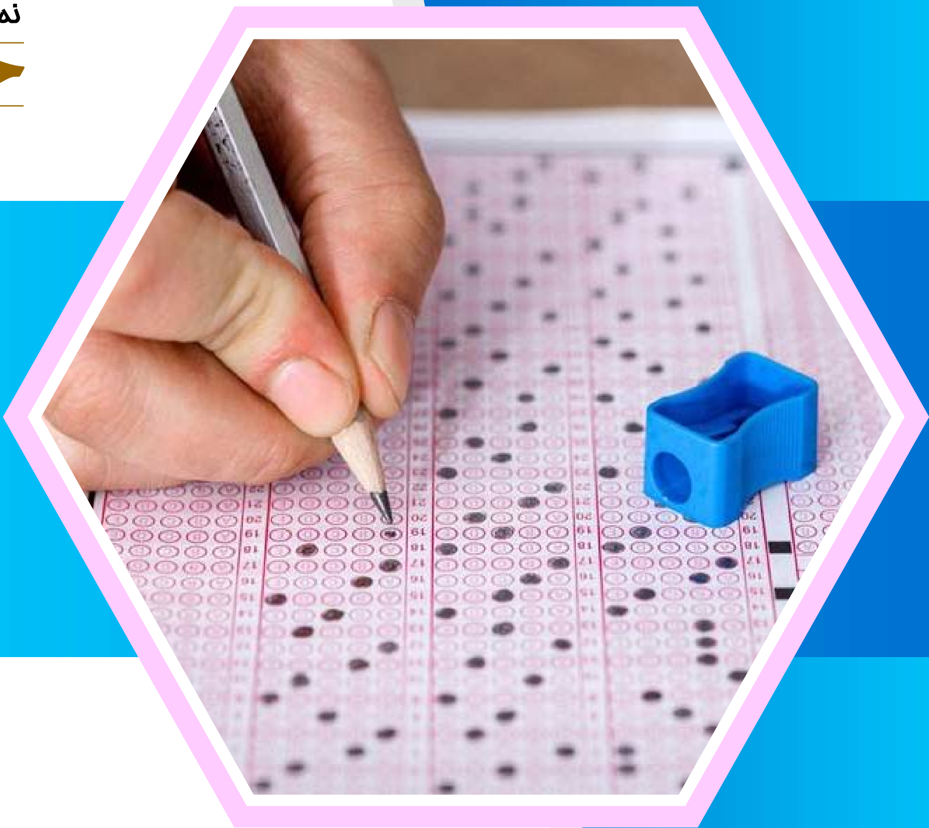
درسنامه ریاضیات کنکور

نمونه نکته و تست:

حسابان دوازدهم

Dr. Ali Reza Nooreddiny

PhD in pure mathematics



۰۹۳۵ ۶۰۰ ۸۴۵۴

۰۹۲۰ ۶۰۰ ۸۴۵۴

The Best
Quality in Education
D&A - Since 2012

گروه علمی درس‌آموز

مرجع تخصصی تولید محتوای آموزشی

«ریاضیات» & «هوش و استعداد تحلیلی»

«اهداف مجموعه ما»

ثبت بهترین سابقه تحصیلی و عملکرد برای دانش‌آموزان کشور (نهایی ۲۰)

کسب رتبه‌های برتر کنکور و ورودی سمپاد و نمونه 100%

در ۴ سطح و زمینه گوناگون:

آموزش مفهومی کتاب و آمادگی نهایی؛

آموزش نکته و تست پیشرفته کنکور؛

آموزش ریاضیات تیزهوشان؛

و:

آموزش هوش و استعداد تحلیلی

(لیست کامل در انتهای فایل)

Up to date

درس‌آموز؛ (منحصر به‌فرد)

جزئیات این مجموعه

آموزش کنکور

(درسنامه محور)

هسته اصلی این پک آموزشی، یک درسنامه دقیق و مفهومی، نکات و تکنیک-های سریع با پوشش کامل از محتوای آموزشی مربوطه است.

سطح نرمال آموزش کنکوری

جهت آمادگی شرکت در آزمون‌ها و کنکور

سطح پیشرفته آموزش

ویژه کسب نمره کامل ۱۰۰٪ در آزمون‌ها و کنکور

طرح و تشریح

صدها مثال و تست متوسط، دشوار و دشوارتر

بانک تمرین تست

شامل صدها تست متوسط و دشوار (پاسخنامه تشریحی جداگانه دارد.)

پوشش آزمون‌های آزمایشی و آخرین کنکورها

Up to date

TEST

فهرست

کنکور
حسابان دوازدهم

TEST

۱

تابع (۱)

۱ تغییر عمودی نمودار

در ابتدا، یک نوع تغییر ساده‌ی عمودی نمودار یادآوری می‌شود.

نکته ۱

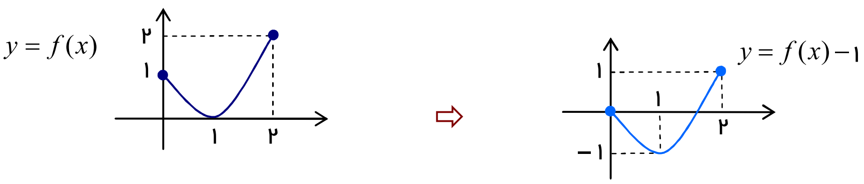
انتقال عمودی:

وقتی نمودار یک تابع f را داشته باشیم، برای رسم نمودار تابع $y=f(x)+k$، طول نقاط ثابت مانده و فقط عرض آن‌ها را به اندازه‌ی k در جهت عمودی انتقال می‌دهیم. به طور دقیق‌تر:

- اگر k **مثبت** باشد، نمودار به اندازه‌ی k به **بالا** منتقل می‌شود.
- اگر k **منفی** باشد، نمودار به اندازه‌ی k به **پایین** منتقل می‌شود.

برای نمونه؛

نمودار تابع $y=f(x)-1$ را با استفاده از نمودار داده شده‌ی $y=f(x)$ می‌بینید:



دامنه و برد تابع جدید:

$$D=[0,2] \quad \text{و} \quad R=[-1,1]$$

روشی دیگر برای تغییرات عمودی نمودار به صورت زیر است:

نکته ۲

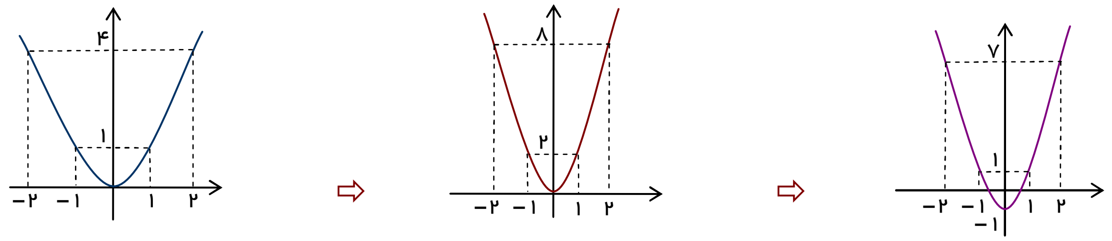
انبساط و انقباض عمودی:

وقتی نمودار یک تابع f را داشته باشیم، برای رسم نمودار تابع $y=k\,f(x)$، طول نقاط ثابت مانده و فقط عرض آن‌ها در عدد k ضرب می‌شود. به طور دقیق‌تر:

- اگر $k>1$ باشد، اندازه‌ها بزرگ‌تر شده و نمودار به صورت عمودی گسترده می‌شود. (نمودار انبساط می‌یابد.)
- اگر $0<k<1$ باشد، اندازه‌ها کوچک‌تر شده و نمودار به صورت عمودی جمع می‌شود. (نمودار انقباض می‌یابد.)

برای نمونه؛

نمودار تابع $g(x)=2x^2-1$ در دو مرحله توسط نمودار $y=x^2$ رسم می‌شود:



$y=x^۲$ ⇨ $y=۲x^۲$ ⇨ $y=۲x^۲-۱$

نکته ۳

حالت ویژه:

وقتی نمودار تابع f داده شده، در رسم نمودار $y=-f(x)$، چون عرض‌ها قرینه می‌شوند:

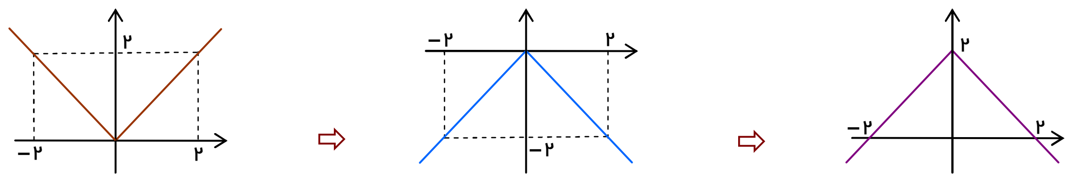
نمودار تابع f نسبت به محور طول قرینه می‌شود.

مساحت محدود به نمودار $y=-|x|+۲$ و محور طول‌ها کدام است؟

❶ ۱ ❷ ۲ ❸ ۴ ❹ $\frac{۱}{۲}$

گزینه ۳

با دو تغییر و به سادگی نمودار رسم می‌شود:



$y=|x|$ ⇨ $y=-|x|$ ⇨ $y=-|x|+۲$

محدوده‌ی مورد نظر مثلثی با ارتفاع و قاعده‌ی مشخص است:

$$S=\frac{۲\times ۴}{۲}=۴$$

نکته ۴

در تغییرات عمودی نمودار:

دامنه‌ی تابع ثابت مانده و فقط برد ممکن است تغییر کند.

دقیق‌تر:

- در تعیین برد تابع $f(x)+k$، ابتدا و انتهای برد تابع f با k جمع می‌شود.
- در تعیین برد تابع $kf(x)$، ابتدا و انتهای برد تابع f در k ضرب می‌شود.

بویژه:

در تعیین برد $-f(x)$، کافی است برد $f(x)$ را نسبت به مبدأ قرینه کنید. (به عبارت دیگر: ضرب در -1)

برای نمونه؛

در مورد تابع $f(x)=2-\sqrt{2-x}$، چون $R_f=(-\infty,2]$ است (چرا؟)، برد تابع $f(x)-1$ به صورت $(-\infty,1]$ و بـرد تـابع $-2f(x)+3$ به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$R_{f(x)}=(-\infty,2] \xrightarrow{\times(-2)} R_{-2f(x)}=[-4,+\infty) \xrightarrow{+3} R_{-2f(x)+3}=[-1,+\infty)$$

می‌دانیم برد تابع f برابر $[-1,2]$ است. اگر در تابع $y=-\frac{1}{a}f(x)+b$ برد به صورت $[-1,11]$ باشد، حاصل ab کـدام است؟ ($a>0$)

❶ 4 ❷ $\frac{4}{7}$ ❸ $\frac{7}{4}$ ❹ 7

گزینه ۳

چون $-\frac{1}{a}$ عددی منفی است، برد تابع $-\frac{1}{a}f(x)$ به صورت $[-\frac{2}{a},\frac{1}{a}]$ خواهـد شـد. بنـابراین بـرد تـابع $y=-\frac{1}{a}f(x)+b$ چنـین است:

$$[-\frac{2}{a}+b,\frac{1}{a}+b] \Rightarrow \begin{cases} -\frac{2}{a}+b=-1 \\ \frac{1}{a}+b=11 \end{cases}$$

از تفریق طرفین دو معادله داریم:

$$\frac{1}{a}+\frac{2}{a}=11+1 \rightarrow 12a=3 \Rightarrow a=\frac{1}{4}$$

با جایگذاری در معادله‌ی اول: $b=-1+\frac{2}{\frac{1}{4}}=7$ است و بنابراین:

$$ab=\frac{7}{4}$$

---

۲ تغییر افقی نمودار

یادآوری روش انتقال افقی نمودار:

نکته ۵

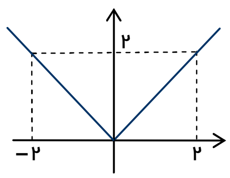
انتقال افقی:

وقتی نمودار تابع $y=f(x)$ را در اختیار داشته باشیم و $(a>0)$

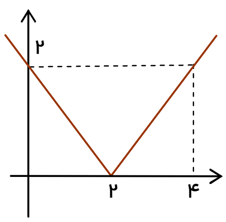
- برای رسم نمودار تابع $y=f(x+a)$،
نمودار $y=f(x)$ را به اندازه‌ی a و در **جهت افقی به سمت چپ** منتقل می‌کنیم.
- برای رسم نمودار تابع $y=f(x-a)$،
نمودار $y=f(x)$ را به اندازه‌ی a و در **جهت افقی به سمت راست** منتقل می‌کنیم.

برای نمونه؛

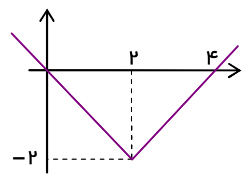
نمودار تابع $f(x)=|x-2|-2$ را با تغییرات مناسب نمودار $y=|x|$ رسم می‌کنیم.



$y=|x|$

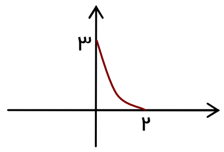


$y=|x-2|$



$y=|x-2|-2$

نمودار تابع f به صورت زیر داده شده است. نمودار تابع $y=\frac{2}{3}f(x-1)-1$ کدام محور را قطع می‌کند؟

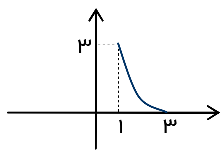


❶ فقط طول ❷ فقط عرض

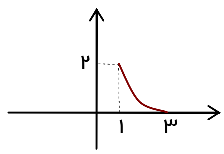
❸ هر دو ❹ هیچ‌یک

گزینه ۱

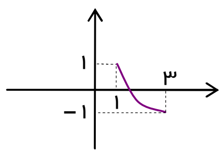
با دو انتقال و یک انقباض، نمودار را رسم می‌کنیم:



$y=f(x-1)$



$y=\frac{2}{3}f(x-1)$



$y=\frac{2}{3}f(x-1)-1$

فقط تقاطع با محور طول دارد.

اگر $f(x)=x^{3}-6x^{2}+12x$ و $(fog)(x)=x^{2}-2x$ باشد، ضابطه‌ی g با کدام انتقال از تابع $\sqrt[3]{x^{2}-9}$ ساخته می‌شود؟

۱) ۱ واحد به چپ و ۲ واحد به پایین
۲) ۱ واحد به راست و ۲ واحد به بالا
۳) ۲ واحد به راست و ۱ واحد به بالا
۴) ۱ واحد به راست و ۲ واحد به پایین

گزینه ۲

ضابطه‌ی g را معلوم می‌کنیم:

$$f(g(x))=(g(x))^{3}-6(g(x))^{2}+12g(x)=x^{2}-2x \xrightarrow{-8} (g(x)-2)^{3}=\underbrace{x^{2}-2x-8}_{=(x-1)^{2}-9}$$

$$\to\ g(x)=\sqrt[3]{(x-1)^{2}-9}+2$$

کافی است در $\sqrt[3]{x^{2}-9}$، یک واحد به راست رفته، تا: $\sqrt[3]{(x-1)^{2}-9}$ و دو واحد به بالا، تا: $\sqrt[3]{(x-1)^{2}-9}+2$ تشکیل گردد.

نمودار منحنی $y=\sqrt{4-x}$ را k واحد در راستای قائم و $k-2$ واحد در جهت افقی چنان انتقال می‌دهیم که منحنی جدید وارون تابع خود را در نقطه‌ای با عرض ۱ قطع کند. سپس منحنی حاصل را ۱ واحد در راستای قائم به سمت پایین انتقال می‌دهیم. طول نقطه‌ی برخورد منحنی به‌دست آمده با محور طول کدام است؟ (کنکور ۱۴۰۰)

۱) -4
۲) -3
۳) ۱
۴) ۲

گزینه ۳

با دو انتقال اولیه، ضابطه چنین است:

$$y=\sqrt{4-(x-(k-2))}+k\ \to\ y=\sqrt{-x+k+2}+k$$

نقطه‌ی برخورد نمودار با نمودار معکوس روی خط $y=x$ باید به صورت $(1,1)$ باشد:

$$1=\sqrt{-1+k+2}+k\ \to\ \sqrt{k+1}=1-k\ \to\ k^{2}-3k=0\ \Rightarrow\ k=0,3$$

فقط $k=0$ در معادله صادق بوده و پذیرفته می‌شود. ضابطه: $y=\sqrt{-x+2}$ است؛ یک واحد انتقال به پایین و سپس تقاطع با محور طول:

$$y=\sqrt{-x+2}-1 \xrightarrow{y=0} \sqrt{-x+2}=1\ \Rightarrow\ x=1$$

روشی مهمی برای تغییر (افقی) نمودار به صورت زیر است.

نکته ۶

انبساط و انقباض افقی:

وقتی نمودار یک تابع f را داشته باشیم، برای رسم نمودار تابع $y=f(kx)$:

- نقاطی با طول و عرض معلوم از نمودار مشخص می‌کنیم.
- طول این نقاط بر k تقسیم (یا: در $\frac{1}{k}$ ضرب) شده و عرض نقاط ثابت می‌ماند.

بویژه:

- اگر $0<k<1$ باشد، نمودار به صورت افقی گسترده می‌شود، (انبساط می‌یابد.)

■ اگر $k>۱$ باشد، نمودار به صورت افقی جمع می‌شود، (انقباض می‌یابد.)

برای نمونه؛

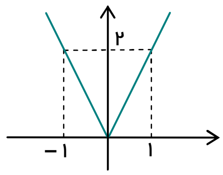
نمودار توابع $g(x)=|۲x|$ و $h(x)=|\frac{x}{۲}|-۱$ را با تغییرات مناسب نمودار $f(x)=|x|$ رسم می‌کنیم.

- با توجه به نمودار $f(x)=|x|$ و طبق نکته‌ی قبل، انقباض $g(x)=f(۲x)$ را رسم می‌کنیم:

$$(-۲,۲)\in f \xrightarrow{k=۲} (\frac{-۲}{۲},۲)=(-۱,۲)\in g$$

$$(۰,۰)\in f \longrightarrow (\frac{۰}{۲},۰)=(۰,۰)\in g$$

$$(۲,۲)\in f \longrightarrow (\frac{۲}{۲},۲)=(۱,۲)\in g$$



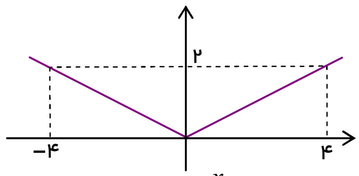
$g(x)=|۲x|$

- برای رسم تابع h، ابتدا مشابه بالا، انبساط $|\frac{x}{۲}|$ را رسم می‌کنیم:

$$(-۲,۲)\in f \xrightarrow{k=\frac{۱}{۲}} (\frac{-۲}{\frac{۱}{۲}},۲)=(-۴,۲)$$

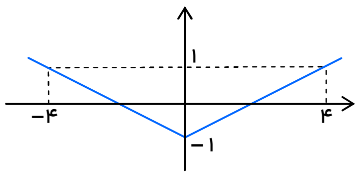
$$(۰,۰)\in f \longrightarrow (\frac{۰}{\frac{۱}{۲}},۰)=(۰,۰)$$

$$(۲,۲)\in f \longrightarrow (\frac{۲}{\frac{۱}{۲}},۲)=(۴,۲)$$



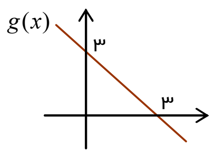
$y=|\frac{x}{۲}|$

اکنون عرض نقاط یک واحد کم می‌شود:



$h(x)=|\frac{x}{۲}|-۱$

نمودار $g(x)=f(x)-۲$ به صورت روبه‌رو است. مساحت ناحیه‌ی محدود به نمودار $h(x)=۳f(۲x-۱)$ و محورهای مختصات چقدر است؟



❶ ۱۵ ❷ ۱۲ ❸ ۱۸ ❹ ۲۷

گزینه ۴

معادله‌ی خط به صورت $x+y=۳$ است، پس: $g(x)=۳-x$. در نتیجه:

$$f(x)=g(x)+۲=۵-x \rightarrow h(x)=۳(۵-(۲x-۱)) \Rightarrow h(x)=-۶x+۱۸$$

عرض از مبدأ و طول از مبدأ خط مربوط به نمودار h به ترتیب $q=۱۸$ و $p=۳$ هستند و بنابراین:

$$S=\frac{۱}{۲}|pq|=\frac{۳\times۱۸}{۲}=۲۷$$

نمودار تابع $f(x)=\cos mx,\ (m>۰)$ در بازه‌ی $[۰,۲\pi]$ پنج بار محور طول را قطع کرده؛ حدود m کدام است؟

❶ $\frac{۹}{۴}<m\leq\frac{۱۱}{۴}$ ❷ $\frac{۹}{۴}\leq m<\frac{۱۱}{۴}$ ❸ $\frac{۱۱}{۴}\leq m<\frac{۱۳}{۴}$ ❹ $\frac{۱۱}{۴}<m\leq\frac{۱۳}{۴}$

گزینه ۲

می‌دانیم نمودار تابع $\cos x$ محور طول را در نقاط: $\frac{(۲k+۱)\pi}{۲}=k\pi+\frac{\pi}{۲}$ قطع می‌کند. بنابراین برخوردهای انقباض $\cos mx$ با محور طول قابل تعیین هستند:

$$mx=\frac{(۲k+۱)\pi}{۲} \Rightarrow x=\frac{(۲k+۱)\pi}{۲m}\,,\quad (k=۰,۱,۲,\ldots)$$

باید دو شرط برقرار باشد:

- پنجمین برخورد که به ازای $k=۴$ حاصل می‌شود، داخل بازه باشد:

$$\frac{(۲\times ۴+۱)\pi}{۲m}\le ۲\pi \to \frac{۹}{۲m}\le ۲ \to \frac{۲m}{۹}\ge\frac{۱}{۲} \xrightarrow{\times\frac{۹}{۲}} m\ge\frac{۹}{۴}$$

- ششمین برخورد که به ازای $k=۵$ حاصل می‌شود، بعد از ۲π باشد:

$$\frac{(۲\times ۵+۱)\pi}{۲m}>۲\pi \to \frac{۱۱}{۲m}>۲ \to \frac{۲m}{۱۱}<\frac{۱}{۲} \xrightarrow{\times\frac{۱۱}{۲}} m<\frac{۱۱}{۴}$$

جواب اشتراک دو شرط است: $\frac{۹}{۴}\le m<\frac{۱۱}{۴}$.

نکته ۷

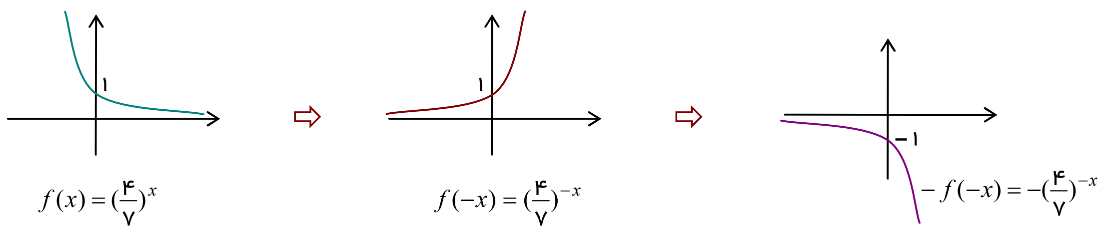
حالت ویژه:

برای رسم نمودار تابع $y=f(-x)$ وقتی نمودار تابع f را داشته باشیم، کافی است:

نمودار تابع f نسبت به محور عرض قرینه شود.

برای نمونه؛

رسم نمودار $y=-(\frac{۴}{۷})^{-x}$ در طی دو مرحله با شروع از نمودار نمایی $y=(\frac{۴}{۷})^{x}$:



(روش دیگر تبدیل $y=-(\frac{۷}{۴})^{x}$ است؛ ابتدا رسم $y=(\frac{۷}{۴})^{x}$ و سپس قرینه نسبت به محور طول.)

تذکر مهم:

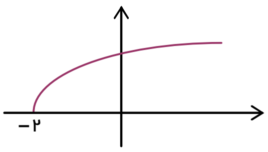
هر وقت ضابطه‌ی تابع بر حسب $-x$ باشد (مانند $f(۱-x)$ یا $f(-۳x+۲)-۱$)، برای رسم آسان و سریع:

- ضریب x را موقتاً مثبت کرده و نمودار را رسم کنید.

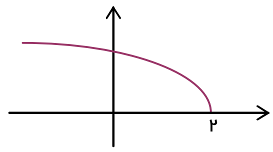
- در پایان، نمودار مرحله‌ی قبل را نسبت به محور عرض قرینه کنید تا نمودار مورد نظر حاصل گردد.

برای نمونه؛

رسم نمودار $y=\sqrt{-x+۲}$ به صورت زیر انجام می‌شود:



$f(x)=\sqrt{x+۲}$



$f(-x)=\sqrt{-x+۲}$

در کل:

تغییرات روی x را در آخرین گام انجام دهید.

برای نمونه، اگر نمودار $f(x)$ را داشته باشید:

- برای رسم $۲f(۳x-۲)+۱$، ابتدا $g(x)=۲f(x-۲)+۱$ را رسم کنید و در پایان انقباض افقی $g(۳x)=۲f(۳x-۲)+۱$ را به‌کار ببرید.
- برای رسم $f(۳-|x|)$، مراحل زیر را به‌کار ببرید:

$$f(x)\xrightarrow{x\to x+۳} f(x+۳)\xrightarrow{x\to -x} f(-x+۳)\xrightarrow{x\to |x|} f(-|x|+۳)$$

یعنی دقیقاً:

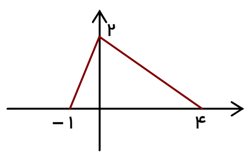
۱) سه واحد انتقال نمودار به چپ،

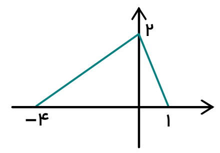
۲) قرینه سازی نمودار نسبت به محور عرض،

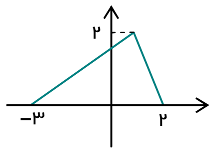
۳) حذف نمودار در سمت چپ محور عرض و رسم قرینه‌ی سمت راست در سمت چپ.

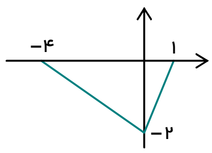
(قاعده‌ی تبدیل نمودار $f(x)$ به $f(|x|)$ از حسابان ۱ را به یاد داشته باشید.)

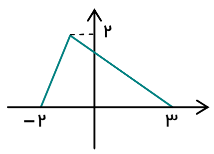
نمودار تابع $f(\frac{۱+x}{۲})$ به صورت مقابل است. نمودار $f(\frac{-x+۱}{۲})$ کدام است؟



❶ 

❷ 

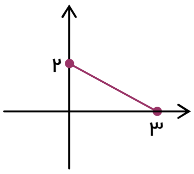
❸ 

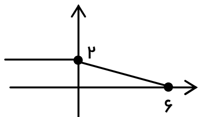
❹ 

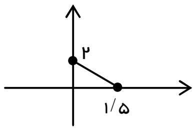
گزینه ۱

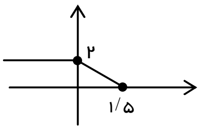
طبق مطلب قبل، فقط نمودار نسبت به محور عرض قرینه می‌شود.

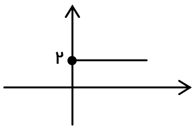
نمودار تابع g به صورت روبه‌رو داده شده؛ نمودار $y=g(|x|+x)$ کدام است؟



❶ 

❷ 

❸ 

❹ 

گزینه ۳

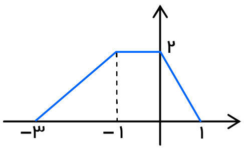
ضابطه‌ی y را در دو حالت، ساده‌تر می‌نویسیم:

$$x<۰:\ y=g(-x+x)=g(۰)=۲$$
$$x\ge ۰:\ y=g(x+x)=g(۲x)$$

بنابراین در سمت چپ مبدأ باید خط افقی $y=۲$ و در سمت راست مبدأ، نمودار انقباضی از نمودار g با تقسیم طول نقاط بر ۲ رسم شده باشد.

---◈---

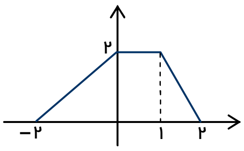
شکل روبه‌رو نمودار $y=f(x+۱)$ است. مساحت محدود به نمودار $y=f(-|\frac{x}{۲}|)$ و محور طول‌ها کدام است؟



❶ ۶ ❷ ۱۲ ❸ ۱۰ ❹ ۸

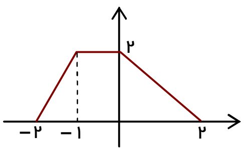
گزینه ۴

با انتقال یک واحد به راست: $f(x-۱+۱)=f(x)$ مشخص می‌شود.

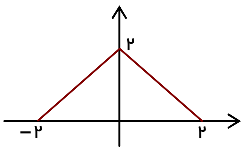


سپس انجام سه مرحله:

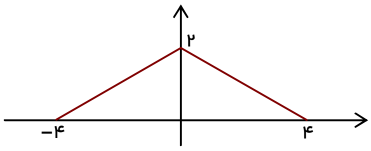
$$f(-x)\longrightarrow f(-|x|)\longrightarrow f(-|\frac{x}{۲}|)$$



⇨



⇨



مساحت در شکل پایانی:

$$\frac{۲\times ۸}{۲}=۸$$

---◈---

نکته ۸

در تغییرات افقی نمودار همیشه:

برد تابع ثابت مانده و فقط دامنه ممکن است تغییر کند.

دقیق‌تر:

- در تعیین دامنه‌ی تابع $f(x-a)$، مقادیر دامنه‌ی f با عدد a جمع می‌شوند. (چرا؟!)
- در تعیین دامنه‌ی تابع $f(x+a)$، عدد a از مقادیر دامنه‌ی f کم می‌شود.
- در تعیین دامنه‌ی تابع $f(kx)$، مقادیر دامنه‌ی تابع f بر عدد k تقسیم می‌شوند.

بویژه:

در تعیین دامنه‌ی $f(-x)$، کافی است دامنه‌ی $f(x)$ را نسبت به مبدأ قرینه کنید. (به عبارت دیگر: ضرب در (-۱)

اگر $f(x)=\sqrt{۲x-x^۲}$ باشد، دامنه‌ی $f(۳-x)$ کدام است؟

❶ $[۰,۲]$ ❷ $[۰,۳]$ ❸ $[۱,۲]$ ❹ $[۱,۳]$

گزینه ۴

روش اول: ابتدا دامنه‌ی f را مشخص می‌کنیم:

$$۲x-x^۲\geq ۰ \xrightarrow{x=۰\ ,\ x=۲} D_f=[۰,۲]$$

اکنون طبق مفهوم دامنه، باید:

$$۰\leq ۳-x\leq ۲ \xrightarrow{\times(-)} -۲\leq x-۳\leq ۰ \xrightarrow{+۳} ۱\leq x\leq ۳$$

روش دوم: طبق ترتیب: $f(x) \longrightarrow f(x+۳) \xrightarrow{x\to -x} f(-x+۳)$، ابتدا سه واحد به چپ و سپس قرینه نسبت به محور عرض:

$$[۰,۲] \longrightarrow [-۳,-۱] \longrightarrow [۱,۳]$$

روش سوم: بهترین روش تکنیک سریع عددی است و به عهده‌ی داوطلبان!

تذکر مهم: (با دقت بخوانید!)

همان‌طور که در روش حل تست بالا هم دیدیم؛ در یک عبارت مانند $f(۳-x)$، دو مفهوم دامنه‌ی f و دامنه‌ی $f(۳-x)$ متفاوت بوده و لازم است به آن توجه داشته باشید:

- دامنه‌ی هر عبارت بر حسب x مانند $f(۳-x)$، یعنی مقادیری که می‌توانند جای x قرار گیرند.

  برای نمونه؛

  اگر دامنه‌ی $f(۳-x)$ برابر $[-۱,۲]$ داده شود، باید $-۱\leq x\leq ۲$ بوده و می‌توان دامنه‌ی f را تعیین کرد:

  $$-۲\leq -x\leq ۱ \xrightarrow{+۳} ۱\leq ۳-x\leq ۴ \Rightarrow D_f=[۱,۴]$$

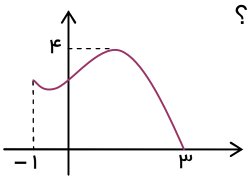
- دامنه‌ی f یعنی مقادیری که می‌توانند به تابع وارد شوند.

  برای نمونه؛

  اگر دامنه‌ی f برابر $[-۱,۱]$ داده شده و دامنه‌ی $f(۳-x)$ خواسته شود، باید $۳-x$ در $[-۱,۱]$ باشد:

  $$-۱\leq ۳-x\leq ۱ \xrightarrow{-۳} -۴\leq -x\leq -۲ \xrightarrow{\times(-)} ۲\leq x\leq ۴ \Rightarrow D_{f(۳-x)}=[۲,۴]$$

اگر نمودار تابع $y=۳f(۲x-۱)+۱$ به صورت روبه‌رو باشد، دامنه‌ی تابع $f(\frac{x}{۲})+۳$ کدام است؟



❶ $[۰,۱]$ ❷ $[-۶,۱۰]$ ❸ $[۲,۳]$ ❹ $[-۳,۱۳]$

گزینه ۲

با توجه به شکل، دامنه‌ی تابع $y=۳f(۲x-۱)+۱$ بازه‌ی $[-۱,۳]$ است:

$$-۱\le x\le ۳ \xrightarrow{\times ۲} -۲\le ۲x\le ۶ \xrightarrow{-۱} -۳\le ۲x-۱\le ۵$$

یعنی:

دامنه‌ی تابع f به صورت $[-۳,۵]$ است و بنابراین:

$$D_f=[-۳,۵] \xrightarrow{k=\frac{۱}{۲}} D_{f(\frac{x}{۲})+۳}=[\frac{-۳}{\frac{۱}{۲}},\frac{۵}{\frac{۱}{۲}}]=[-۶,۱۰]$$

---◇---

◇ اگر دامنه و برد تابع f به صورت $D_f=[-۲,۱)$ و $R_f=(-۱,۳]$ باشد، تفاضل دامنه از برد تابع $g(x)=۴-۲f(۲-\frac{x}{۲})$ کدام است؟

❶ $[-۲,۲]$ ❷ $[-۲,۲)$ ❸ $(۶,۸)$ ❹ $[۶,۸]$

گزینه ۱

تغییرات روی x مؤثر بر دامنه و تغییرات روی $f(x)$ مؤثر بر برد است:

$$[-۲,۱) \xrightarrow{f(x+۲)} [-۴,-۱) \xrightarrow{f(-x+۲)} (۱,۴] \xrightarrow{f(-\frac{x}{۲}+۲)} D_g=(۲,۸]$$

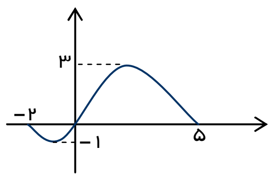
$$(-۱,۳] \xrightarrow{\times(-۲)} [-۶,۲) \xrightarrow{+۴} R_g=[-۲,۶)$$

مجموعه‌ی مورد نظر:

$$R_g-D_g=[-۲,۶)-(۲,۸]=[-۲,۲]$$

---◇---

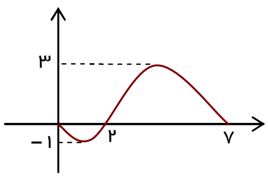
◇ اگر نمودار تابع $f(x+۲)$ به صورت زیر باشد، دامنه‌ی عبارت $\sqrt{x\,f(۱-\frac{x}{۲})}$ به کدام صورت است؟



❶ $\{-۱۲,۲\}\cup[-۲,۰]$
❷ $[-۱۲,-۲]\cup[۰,۲]$
❸ $\{-۱۲\}\cup[-۲,۲]$
❹ $[-۶,-۱]\cup[۰,۱]$

گزینه ۱

با تبدیل x به $x-۲$، یعنی: انتقال دو واحد به راست، نمودار $f(x-۲+۲)=f(x)$ رسم می‌شود.



اکنون، بهتر است با مقایسه‌ی گزینه‌ها، تکنیک عددگذاری را به‌کار ببریم:

$$x=-۶:\ \sqrt{-۶f(۱-\frac{-۶}{۲})}=\to\sqrt{-۶f(۴)}$$

بی‌معنی، چون $f(۴)>۰$ و $-۶f(۴)<۰$ منفی است. پس: رد گزینه‌های ۲ و ۴

$$x=۱:\ \sqrt{۱f(۱-\frac{۱}{۲})}=\to\sqrt{f(\frac{۱}{۲})}$$

بی‌معنی، چون $f(\frac{۱}{۲})$ منفی است. پس: رد گزینه‌ی ۳

---◇---

۳ ویژه صد درصدی‌ها

«بررسی نمونه‌هایی پیشرفته‌تر و برخی نکات تکمیلی این مبحث با هدف گذاری درصد ۱۰۰ در آزمون‌ها»

ADVANCED

با هدف یادگیری عمیق‌تر و پیشرفت بیشتر، این بخش را دنبال کنید . . .

برای تبدیل نمودار $y=2f(2+3x)-1$ به $y=f(x)$ کدام ترتیب مراحل درست است؟

❶ انتقال یک واحد به بالا، انقباض عمودی با ضریب $\frac{1}{2}$، انتقال ۲ واحد به راست و انبساط افقی با ضریب ۳

❷ انتقال یک واحد به بالا، انبساط عمودی با ضریب ۲، انبساط افقی با ضریب ۳ و انتقال ۲ واحد به راست

❸ انتقال دو واحد به راست، انقباض عمودی با ضریب $\frac{1}{2}$، انبساط افقی با ضریب ۳ و انتقال ۲۱ واحد به بالا

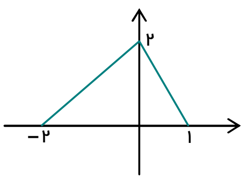
❹ انتقال یک واحد به بالا، انقباض عمودی با ضریب $\frac{1}{2}$، انبساط افقی با ضریب ۳ و انتقال ۲ واحد به راست

گزینه ۴

مراحل لازم را یک به یک بیان می‌کنیم:

- **یک واحد انتقال به بالا:** تبدیل $y=2f(2+3x)-1$ به $y=2f(2+3x)$.
- **انقباض عمودی با ضریب $\frac{1}{2}$:** تبدیل $y=2f(2+3x)$ به $y=\frac{1}{2}\times 2f(2+3x)=f(2+3x)$.
- **انبساط افقی با ضریب ۳:** تبدیل $y=f(2+3x)$ به $y=f(2+3(\frac{1}{3}x))=f(2+x)$.
- **انتقال دو واحد به راست:** تبدیل $y=f(2+x)$ به $y=f(2+(x-2))=f(x)$.

نمودار تابع f به صورت روبه‌رو و مساحت محدود بـه نمـودار $y=-2kf(2-\frac{x}{k})$ و محور طول برابر ۸ است. مقدار کمتر k کدام است؟



❶ $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ❷ $-\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ❸ $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ❹ $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

گزینه ۳

در تغییر افقی، فقط انبساط یا انقباض قاعده مثلث را از ۳ به $|3k|=3|k|$ و انبساط یا انقباض عمودی ارتفاع را از ۲ به $|-2k\times 2|=4|k|$ تبدیل می‌کند. مساحت مثلث حاصل:

$$\frac{4|k|\times 3|k|}{2}=8 \to 12k^2=16 \to k^2=\frac{4}{3} \Rightarrow k=\pm\frac{2}{\sqrt{3}}=\pm\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

در تابع خطیِ نزولیِ $y=f(x)$، نمودار تابع fof را با ضریب ۳ در راستای محور طول منقبض کرده، نمودار را یک واحد به صورت عمودی به پایین انتقال داده و در پایان نمودار را نسبت به محور عرض قرینه می‌کنیم. اگر نمودار تابع بر نیمساز ربع دوم و چهارم منطبق شود، عرض از مبدأ تابع f کدام است؟

❶ $\dfrac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۳}-۱}$ ❷ $\dfrac{\sqrt{۳}-۱}{\sqrt{۳}}$ ❸ $\dfrac{\sqrt{۳}+۱}{\sqrt{۳}}$ ❹ $\dfrac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۳}+۱}$

گزینه ۱

قرار می‌دهیم: $f(x)=ax+b,\ (a<۰)$. مراحل گفته شده:

$$f(f(x))=a(ax+b)+b=a^۲x+ab+b \xrightarrow{x\to ۳x} y=۳a^۲x+ab+b$$
$$\xrightarrow{-۱} y=-۳a^۲x+ab+b-۱ \xrightarrow{x\to -x} y=-۳a^۲x+ab+b-۱$$

این ضابطه باید به صورت $y=-x$ باشد. بنابراین:

$$-۳a^۲=-۱ \to a=\pm\frac{۱}{\sqrt{۳}} \xrightarrow{a<۰} a=-\frac{۱}{\sqrt{۳}} \xrightarrow{ab+b-۱=۰} b(a+۱)=۱ \Rightarrow b=\frac{۱}{۱-\frac{۱}{\sqrt{۳}}}=\frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۳}-۱}$$

در تابع f داریم: $D_f=[a,b]$، $D_{f(x)}\cap D_{f(-x)}=\{c\}$ و $D_{f(x)}\cup D_{f(-x)}=[-۴,k]$. حاصل $a+b$ کدام می‌تواند باشد؟

❶ ۲ ❷ -۲ ❸ -۴ ❹ ۰

گزینه ۳

چون $D_{f(-x)}=[-b,-a]$ است و $D_{f(x)}\cap D_{f(-x)}=[a,b]\cap[-b,-a]=\{c\}$ داده شده، باید یکی از دو حالت زیر برقرار باشد:

- $a=-a$: در چنین حالتی $a=۰$ بوده و طبق شرط دیگر داریم:

$$D_{f(x)}\cup D_{f(-x)}=[۰,b]\cap[-b,۰]=[-۴,k] \to [-b,b]=[-۴,k] \Rightarrow b=۴$$

در این حالت $a+b=۴$ است که البتّه در گزینه‌ها نیست.

- $b=-b$: در چنین حالتی $b=۰$ بوده و طبق شرط دیگر داریم:

$$D_{f(x)}\cup D_{f(-x)}=[a,۰]\cap[۰,-a]=[-۴,k] \to [a,-a]=[-۴,k] \Rightarrow a=-۴$$

در این حالت $a+b=-۴$ خواهد شد.

یادآوری: (رسم: $y=f(|x|)$)

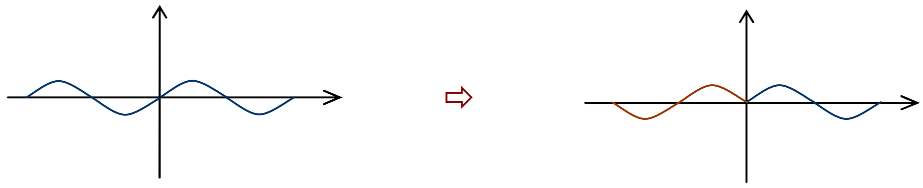
چون برای $a>۰$، مقدار تابع $f(|x|)$ در نقاط $x=a$ و $x=-a$ به صورت یکسان برابر $f(a)$ است.

در نتیجه، هنگام رسم:

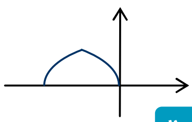
- نمودار تابع f در قسمت سمت چپ محور عرض را حذف می‌کنیم.
- قرینه‌ی نمودار در سمت راست محور عرض را در سمت چپ هم رسم کنیم.

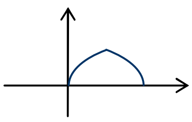
برای نمونه،

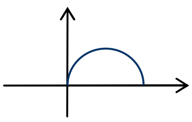
نمودار تابع $y=\sin|x|$ را در بازه‌ی $[۰,۲\pi]$ ببینید:

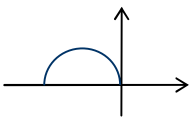


نمودار تابع $f(x)=\sqrt{1-|x-1|}$ شبیه کدام است؟

❶ 

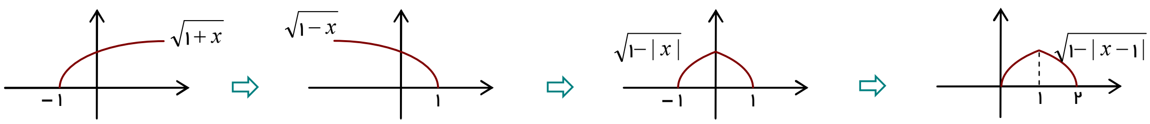
❷ 

❸ 

❹ 

گزینه ۲

با شروع از نمودار $\sqrt{x}$، طی چند مرحله:



نکته ۹

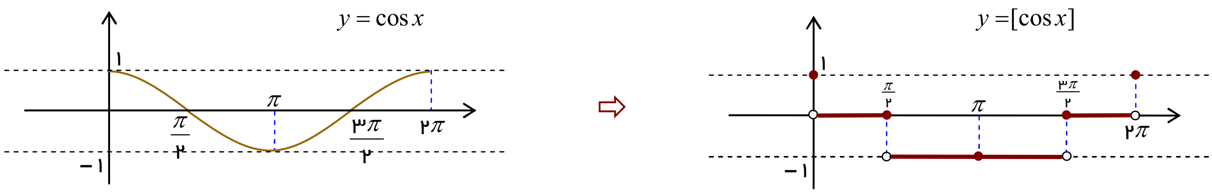
حالت اول براکت:

با داشتن نمودار تابع $y=f(x)$، در رسم نمودار تابع $y=[f(x)]$:

- ❖ برای عددهای صحیح k، خط‌های افقی $y=k$ را به صورت نقطه‌چین رسم کنید.
- ❖ هر جا که هر خط افقی نمودار f را قطع کرده، نقطه‌ی توپر قرار دهید.
- ❖ در سایر قسمت‌ها، هر جا نمودار f بین دو خط افقی متوالی قرار دارد، سایه‌ی (تصویر) نمودار را روی خط پایینی رسم کنید.

برای نمونه:

نمودار تابع $y=[\cos x]$ را در بازه‌ی $[0,2\pi]$ رسم می‌کنیم:



نکته ۱۰

حالت دوم براکت:

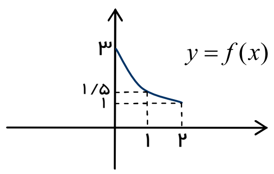
با داشتن نمودار تابع $y=f(x)$، در رسم نمودار تابع $y=f([x])$:

❖ برای عددهای صحیح $k\in D_f$، فقط نقاط $(k,f(k))$ را نگاه داشته و بقیه‌ی نمودار حذف می‌شود.

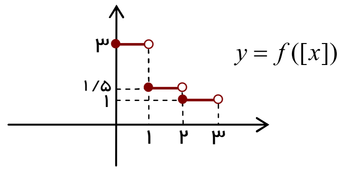
❖ برای $k\in D_f$، در بازه‌ی $(k,k+1)$، پاره خط افقی $y=f(k)$ را رسم می‌کنیم.

برای نمونه؛

رسم نمودار زیر را دقیق نگاه کنید:



⇨

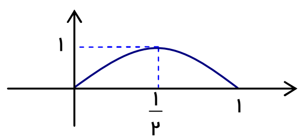


تعداد جواب‌های قابل قبول نامساوی $[\sin \pi x]>\sin \pi[x]$ در بازه‌ی $[0,1]$ کدام است؟

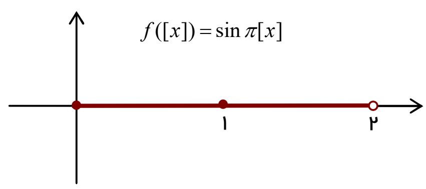
❶ ۱ ❷ ۳ ❸ ۰ ❹ بی‌شمار

گزینه ۱

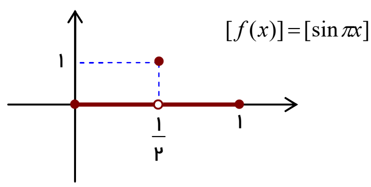
ابتدا نمودار انقباض $f(x)=\sin \pi x$ را در بازه‌ی $[0,1]$ رسم می‌کنیم:



اکنون نمودارهای $[f(x)]=[\sin \pi x]$ و $f([x])=\sin \pi[x]$ را به روش‌های گفته شده رسم می‌کنیم:



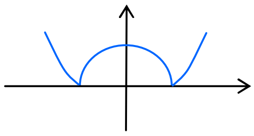
و

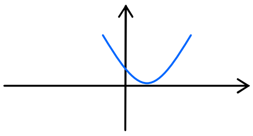


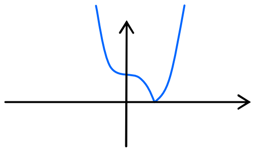
با مقایسه‌ی دو نمودار، فقط عدد $\frac{1}{2}$ جواب نامعادله است.

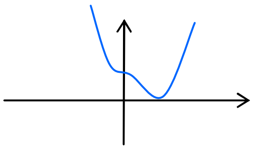
TEST تمرین تست

۱– نمودار تابع $y=|x^{۳}-۱|$ شبیه کدام است؟

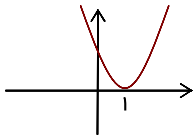
❶ 

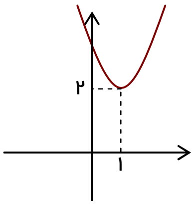
❷ 

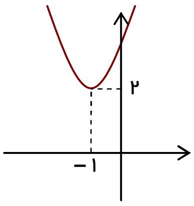
❸ 

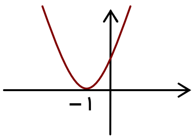
❹ 

۲– نمودار تابع $y=|(x-۱)^{۳}|+۲$ شبیه کدام است؟

❶ 

❷ 

❸ 

❹ 

۳– نمودار $y=|۲-x|+۱$ محورهای مختصات را در چند نقطه قطع می‌کند؟

❶ ۰ ❷ ۱ ❸ ۲ ❹ ۳

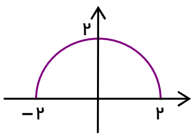
۴– اگر دامنه‌ی تابع f به صورت $(-۱,۲)$ باشد، دامنه‌ی تابع $y=f(-۱-۳x)$ کدام است؟

❶ $(۰,۱)$ ❷ $(۰,۳)$ ❸ $(-۳,۰)$ ❹ $(-۱,۰)$

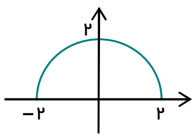
۵– اگر برد تابع f برابر $[-۲,۱]$ باشد، برد تابع $g(x)=۲f(x+۳)+۱$ کدام است؟

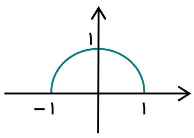
❶ $[۳,۹]$ ❷ $[-۳,۳]$ ❸ $[-۲,۴]$ ❹ $[۰,\frac{۳}{۲}]$

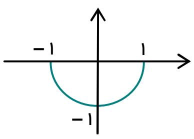
۶– نمودار تابع f با دامنه‌ی $[-۲,۲]$ به صورت مقابل است.

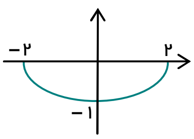


نمودار $y=-\frac{۱}{۲}f(۲x)$ کدام است؟

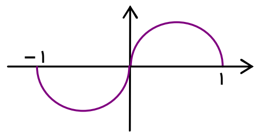
❶ 

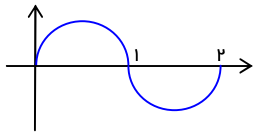
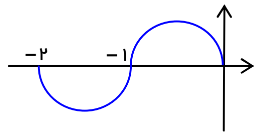
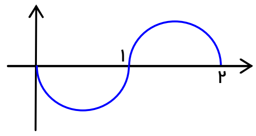
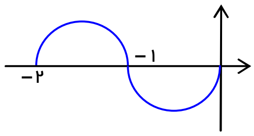
❷ 

❸ 

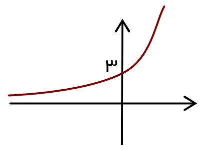
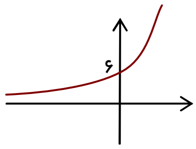
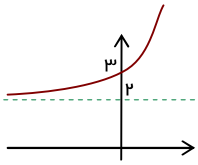
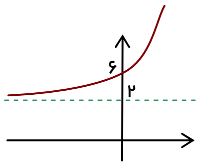
❹ 

۷− نمودار تابع f به صورت مقابل است. نمودار تابع $y=f(1-x)$ کدام است؟



❶ 
❷ 
❸ 
❹ 

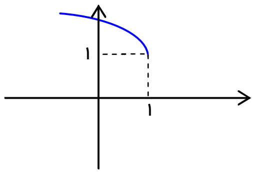
۸− نمودار تابع $y=2\times 2^{x+1}+2$ به کدام صورت است؟

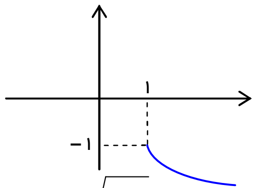
❶ 
❷ 
❸ 
❹ 

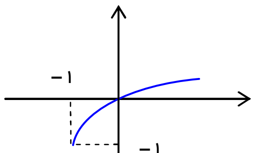
۹− نمودار تابع $y=\sqrt{1-2x}$ را ابتدا یک واحد به چپ منتقل کرده و سپس آن را نسبت به محور عرض قرینه کرده و در انتها یک واحد به سمت بالا منتقل می‌کنیم. ضابطه‌ی نمودار حاصل کدام است؟

❶ $y=\sqrt{2x+3}+1$
❷ $y=\sqrt{2x-1}+1$
❸ $y=1-\sqrt{-2x+3}$
❹ $y=1-\sqrt{-2x-1}$

۱۰− چند مورد از نمودارهای زیر صحیح نیست؟


$y=\sqrt{-x+1}-1$


$y=-\sqrt{x-1}-1$

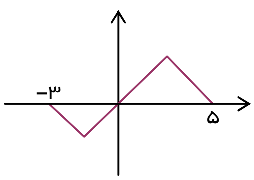

$y=\sqrt{x+1}+1$

❶ ۱
❷ ۳
❸ ۲
❹ ۰

۱۱− نقطه‌ی $A(-1,3)$ روی نمودار تابع $f(x)$ و نقطه‌ی متناظر با آن یعنی $A'(a,b)$ روی نمودار تابع $y=3f(2x-5)-7$ قرار دارد. $a-b$ کدام است؟

❶ -2
❷ 2
❸ 0
❹ 4

۱۲− اگر شکل روبه‌رو تابع $y=f(x)$ را نشان دهد، دامنه‌ی تابع با ضابطه‌ی $g(x)=\sqrt{xf(-\frac{x}{2})}$ کدام است؟



❶ $[-10,6]$
❷ $[0,6]$
❸ $\{-10,0,6\}$
❹ $\{0\}$

۱۳ـ اگر دامنه‌ی تعریف تابع $y=f(۲-x)$ بازه‌ی $[-۱,۲]$ باشد، دامنه‌ی تعریف تابع $f(۳x+۴)$ کدام است؟

❶ $[-\frac{۴}{۳},-\frac{۱}{۳}]$ ❷ $[۰,۱]$ ❸ $[۰,۳]$ ❹ $[۱,۲]$

۱۴ـ دامنه‌ی تابع $f(x+۳)=۲-x$ بازه‌ی $[-۱,۲)$ است. برد $f(x)$ کدام است؟

❶ $(۰,۳]$ ❷ $(۳,۶]$ ❸ $[۳,۷)$ ❹ $[-۲,۱)$

۱۵ـ با اِعمال موارد کدام گزینه به ترتیب، نمودار تابع $y=f(x)$ تبدیل به نمودار تابع $y=-\frac{۱}{۴}f(۱-x)$ می‌شود؟

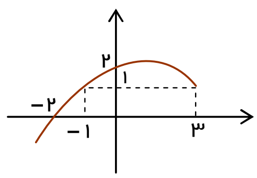
❶ انتقال یک واحد به راست، انعکاس نسبت به محور xها، انقباض $\frac{۱}{۴}$ واحد در راستای افقی

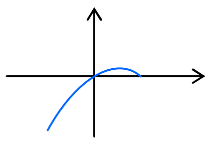
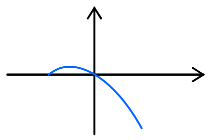
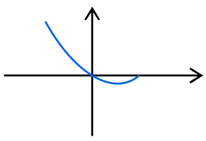
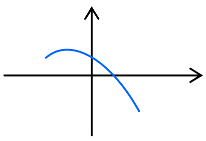
❷ انتقال یک واحد به چپ، انعکاس نسبت به محور yها، انقباض $\frac{۱}{۴}$ واحد در راستای عمودی

❸ انتقال یک واحد به چپ، انعکاس نسبت به محور xها، انقباض $\frac{۱}{۴}$ واحد در راستای افقی

❹ انتقال یک واحد به راست، انعکاس نسبت به محور yها، انقباض $\frac{۱}{۴}$ واحد در راستای عمودی

۱۶ـ با توجه به نمودار $y=۳-f(۲-x)$ در شکل روبه‌رو، نمودار تابع $y=۲-f(x+۳)$ کدام است؟



❶  ❷  ❸  ❹ 

۱۷ـ نمودار تابع $y=x^۲-۱$ را ابتدا یک واحد به چپ انتقال داده، سپس با ضریب $\frac{۱}{۲}$ در راستای افقی آن را منقبض کرده و در نهایت آن را نسبت به محور عرض قرینه می‌کنیم. نمودار تابع جدید با کدام طول نیمساز ربع اول را قطع می‌کند؟

❶ $\frac{۴}{۵}$ ❷ $\frac{۵}{۴}$ ❸ $\frac{۳}{۴}$ ❹ $\frac{۴}{۳}$

۱۸ـ دامنه و برد تابع $y=۲f(x-۱)$ به‌ترتیب $(-۲,۳]$ و $[-۱,۲)$ است. اشتراک دامنه و برد $y=-f(\frac{x}{۲})+۴$ کدام است؟

❶ $[۴,۴/۵]$ ❷ $(۳,۴]$ ❸ $\varnothing$ ❹ $(۳,۴/۵]$

۱۹ـ نقطه‌ی $A(۳,-۲)$ روی نمودار تابع $y=-f(x-۱)$ با نقطه‌ی $B(a,b)$ روی نمودار تـابع $y=۲f(۲x+۱)-۱$ متنـاظر است. مقدار $a+b$ کدام است؟

❶ ۵ ❷ ۳/۵ ❸ ۴/۵ ❹ ۴

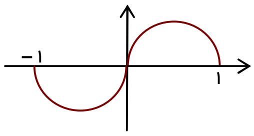
۲۰ـ اگر دامنه‌ی تابع f به صورت $[-۴,۱]$ باشد، دامنه‌ی تابع $y=۲f(۲x)-f(x+۲)$ کدام است؟

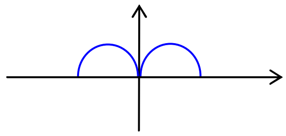
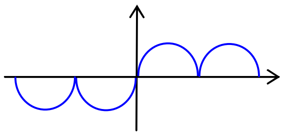
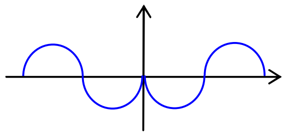
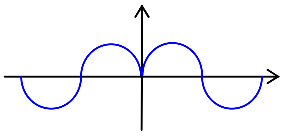
❶ $[-۶,-\frac{۱}{۲}]$ ❷ $[-۳,۱]$ ❸ $[-۲,-۱]$ ❹ $[-۶,-۲]$

۲۱– قرینه‌ی نمودار تابع $f(x)=\sqrt{x}$ را نسبت به محور عرض تعیین کرده، سپس منحنی حاصل را ۴ واحد به سمت راست انتقال می‌دهیم. منحنی اخیر و منحنی اصلی نسبت به کدام خط متقارن هستند؟ (کنکور ۹۹)

❶ $x=۱$ ❷ $x=۱/۵$ ❸ $x=۲$ ❹ $x=۲/۵$

۲۲– نمودار تابع f به صورت مقابل است. نمودار تابع $y=f(۱-|x|)$ شبیه کدام است؟



❶ 
❷ 
❸ 
❹ 

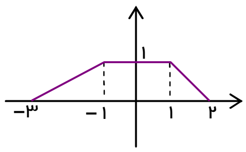
۲۳– با اِعمال کدام مورد، نمودار $y=\frac{۱}{۳}x^{۳}-x^{۲}+x+۱$ تبدیل به نمودار تابع $y=\frac{x^{۳}}{۳}$ می‌شود؟

❶ یک واحد به راست و $\frac{۴}{۳}$ واحد به بالا
❷ یک واحد به چپ و $\frac{۲}{۳}$ واحد به پایین
❸ یک واحد به چپ و $\frac{۴}{۳}$ واحد به پایین
❹ یک واحد به راست و $\frac{۲}{۳}$ واحد به بالا

۲۴– اگر دامنه و برد تابع $y=۲-a-\sqrt{۳-۲x}$ به ترتیب $(-\infty,b]$ و $(-\infty,۴]$ باشد، حاصل ab کدام است؟

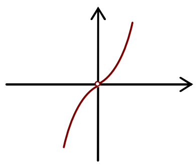
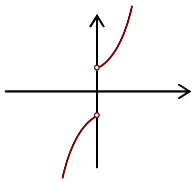
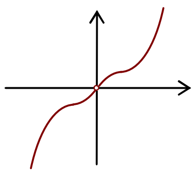
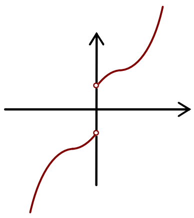
❶ ۳ ❷ ۶ ❸ ۶− ❹ ۳−

۲۵– شکل مقابل نمودار تابع f و $g(x)=\begin{cases} f(x-۱) & x<۰ \\ f(-۲x) & x\geq ۰ \end{cases}$. مساحت محدود به نمودار g و محور طول کدام است؟

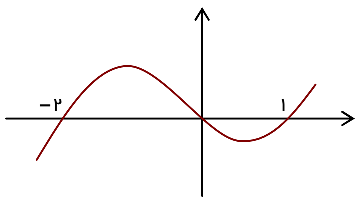


❶ ۲ ❷ ۴ ❸ $\frac{۳}{۲}$ ❹ $\frac{۷}{۲}$

۲۶– نمودار تابع $f(x)=x(x^{۲}+۳|x|+\frac{۱}{|x|}+۳)$ شبیه کدام است؟

❶ 
❷ 
❸ 
❹ 

۲۷– شکل روبه‌رو، نمودار تابع f است. دامنـه‌ی تـابع $y=\sqrt{-\frac{f(x)}{f(۲+x)}}$ شـامل چند عدد صحیح است؟ (نوبت ۲– تجربی ۱۴۰۲)



❶ ۳ ❷ ۶

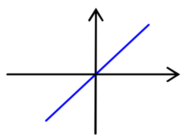
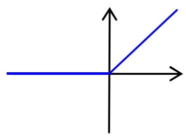
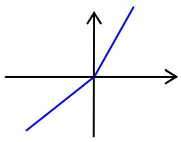
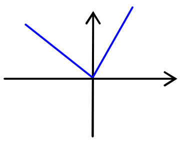
۳ ۴
۴ ۵

۲۸– نمودار $\frac{1}{f}$ را در امتداد محور xها، a واحد در جهت مثبت انتقال داده و آن را g می‌نامیم. سپس تابع $|g|$ را در امتداد محور yها، ۲ واحد در جهت منفی انتقال می‌دهیم. طول نقطه‌ی برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع $\frac{1}{|f|}$ برابر $\frac{\sqrt{2}}{2}$ است. اگر f تابع همانی باشد، اختلاف مقادیر در تساوی $f(x+a)=3$ کدام است؟ **(نوبت ۱- تجربی ۱۴۰۲)**

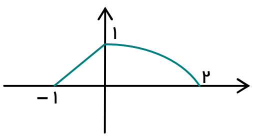
۱ $2+\sqrt{2}$
۲ $2-\sqrt{2}$
۳ ۲
۴ $\sqrt{2}$

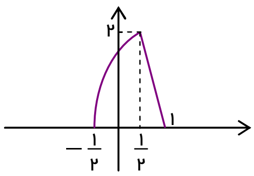
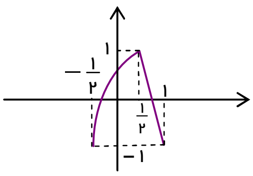
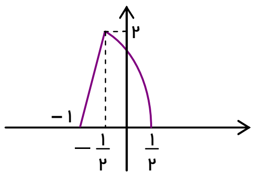
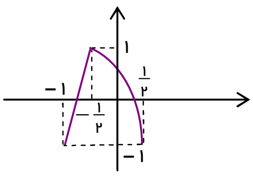
ویژه‌ی داوطلبان سرآمد

۱– نمودار تابع $f(x)=x$ را سه واحد به راست و نمودار تابع $g(x)=|x|$ را ابتدا با ضریب ۲ در راستای محور عرض منبسط کرده و سپس سه واحد به بالا منتقل می‌کنیم. پس از انجام این مراحل، نمودار مربوط به تابع حاصل جمع آن‌ها کدام است؟

۱ 
۲ 
۳ 
۴ 

۲– نمودار تابع f به صورت مقابل است. نمودار تابع $y=2f(1-2x)-1$ کدام است؟



۱ 
۲ 
۳ 
۴ 

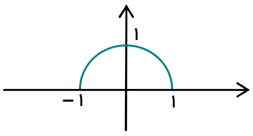
۳– سطح بین نمودار $y=[\sqrt[3]{x}]$ و محور طول‌ها در فاصله‌ی $[0,10]$ کدام است؟ **(براکت ≡ جزءصحیح)**

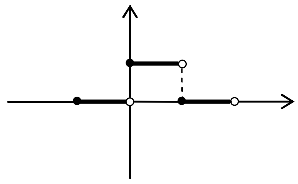
۱ ۱۱
۲ ۱۰
۳ ۹
۴ ۷

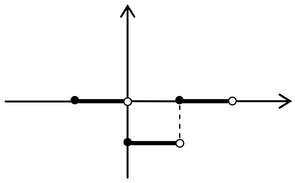
۴– نمودار تابع $f(x)=|2x-3|+1$ را k واحد به سمت چپ و سه واحد به پایین انتقال داده‌ایم تا نمودار تابع g حاصل شده است. اگر محل برخورد نمودارهای f و g روی محور عرض باشد، k کدام است؟

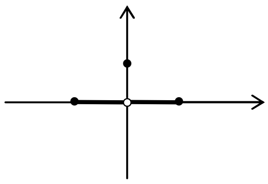
۱ $\frac{9}{2}$
۲ $\frac{7}{2}$
۳ $\frac{5}{2}$
۴ $\frac{3}{2}$

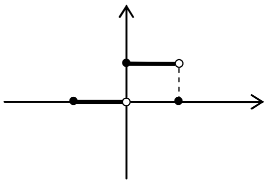
۵– نمودار تابع f به صورت مقابل است. نمودار تابع $y=f([x])$ شبیه کدام است؟
([ ] نماد جزءصحیح است.)



❶


❷


❸


❹


۶– نمودار تابعی را ۲ واحد به سمت راست انتقال داده‌ایم و سپس قرینه‌ی شکل حاصل را نسبت به محور xها ۳ برابر در جهت عمودی منبسط کرده‌ایم و تابع $y=-|3x-12|$ به‌دست آمده است. تابع اولیه کدام بوده است؟

❶ $y=9|x-6|$ ❷ $y=\frac{1}{3}|2-x|$ ❸ $y=|x-6|$ ❹ $y=|x-2|$

۷– اگر دامنه‌ی تابع $y_1=f(x)$ بازه‌ی $[1,4)$ و دامنه‌ی تابع $y_2=g(x)$ بازه‌ی $(2,9)$ باشد، دامنه‌ی تابع $h(x)=2f(x^2)-g(3-2x)$ کدام بازه است؟

❶ $(-3,\frac{1}{2})$ ❷ $[1,2)$ ❸ $(-2,-1]$ ❹ $\varnothing$

۸– برای رسم نمودار تابع $g(x)=x^2+2x$ با استفاده از نمودار $f(x)=x^2+x$ باید چه تبدیل‌هایی صورت گیرد؟

❶ ۱ واحد به چپ و $\frac{3}{4}$ واحد به بالا
❷ ۱ واحد به راست و $\frac{3}{4}$ واحد به پایین
❸ $\frac{1}{2}$ واحد به راست و $\frac{3}{4}$ واحد به پایین
❹ $\frac{3}{4}$ واحد به پایین و $\frac{1}{2}$ واحد به چپ

۹– نمودار تابع $y=2[\frac{x}{2}]-x$ را ابتدا نسبت به محور عرض و سپس نسبت به محور طول قرینه کرده تا نمودار تابع f حاصل شود. با چه تغییراتی نمودار f بر نمودار $y=x-[x]$ منطبق می‌شود؟ **(براکت ≡ جزءصحیح)**

❶ دو انقباض افقی و عمودی به نسبت ۲ و سپس قرینه نسبت به محور طول
❷ انقباض افقی و انبساط عمودی به نسبت ۲ و سپس قرینه نسبت به محور عرض
❸ انبساط افقی و انقباض عمودی به نسبت ۲ و سپس قرینه نسبت به محور عرض
❹ دو انقباض افقی و عمودی به نسبت ۲ و سپس قرینه نسبت به محور عرض

۱۰– نقطه‌ی $A(-1,3)$ روی نمودار f به نقطه‌ی B روی نمودار $g(x)=\frac{1}{3}f(\frac{x}{2}-2)-2$ متناظر است. طول AB کدام است؟

❶ $4\sqrt{2}$ ❷ ۲ ❸ ۵ ❹ $4\sqrt{2}$

لیست کامل مجموعه‌های آموزشی

دوره ابتدایی (عادی)	متوسطه اول (عادی)	ریاضی تیزهوشان
جزوه ریاضی پنجم	جزوه ریاضی هفتم	ریاضی تیزهوشان ششم
جزوه ریاضی ششم	جزوه ریاضی هشتم	ریاضی تیزهوشان هفتم
	جزوه ریاضی نهم	ریاضی تیزهوشان هشتم
		ریاضی تیزهوشان نهم

استعداد تحلیلی (ششم به هفتم)	استعداد تحلیلی (نهم به دهم)
جزوه هوش کلامی (ادبی)	جزوه هوش غیرکلامی (تصویری)
جزوه هوش غیرکلامی (تصویری)	جزوه هوش ریاضی و محاسبات
جزوه هوش ریاضی – منطق و سرعتی	جزوه هوش منطق و استدلال (شامل تحلیل متن)

متوسطه دوم (تجربی: کنکوری)	متوسطه دوم (تجربی: تشریحی)
جزوه کنکور ریاضی دهم	جزوه تشریحی ریاضی دهم
جزوه کنکور ریاضی یازدهم	جزوه تشریحی ریاضی یازدهم
جزوه کنکور ریاضی دوازدهم	جزوه تشریحی ریاضی دوازدهم
جزوه جامع کنکور تجربی	

متوسطه دوم (ریاضی: کنکوری)	متوسطه دوم (ریاضی: تشریحی)
جزوه کنکور ریاضی دهم	جزوه تشریحی ریاضی دهم
جزوه کنکور حسابان (۱)	جزوه تشریحی هندسه (۱)
جزوه کنکور آمار و احتمال	جزوه تشریحی هندسه (۲)
جزوه کنکور هندسه (۲)	جزوه تشریحی حسابان (۱)
جزوه کنکور حسابان (۲)	جزوه تشریحی آمار و احتمال
جزوه کنکور ریاضیات گسسته	جزوه تشریحی ریاضیات گسسته
جزوه کنکور هندسه (۳)	جزوه تشریحی هندسه (۳)
جزوه جامع کنکور ریاضی	جزوه تشریحی حسابان (۲)

رشته انسانی
جزوه ریاضی و آمار پایه دهم (تشریحی + کنکور در یک مجموعه، البته تفکیک شده)
جزوه ریاضی و آمار پایه یازدهم (تشریحی + کنکور در یک مجموعه، البته تفکیک شده)
جزوه ریاضی و آمار پایه دوازدهم (تشریحی + کنکور در یک مجموعه، البته تفکیک شده)

ما متمرکز بر ارتقای کیفیت آموزش هستیم.

سپاس از توجهتان

۰۹۳۵ ۶۰۰ ۸۴۵۴

۰۹۲۰ ۶۰۰ ۸۴۵۴