

ترکیب: دانش شما + ممتوای بی نظیر تدریس ما



«آسان و روان، حرفه‌ای و متمایز تدریس کنید.»





«چاپ تمام رنگی جزوه اختصاصی شما برابر هزینه فایل»

(مذف هزینه چاپ)



کلاس ایده‌ال:



سرعت آموزش خود را دو برابر کنید!

(رفع مشکل کمبود وقت برای تدریس کامل کتاب)



پیشنهادات ویژه چاپ:

چاپ کلاسی: بین ۷۰ تا ۸۰ درصد تخفیف برای سفارش ۱۰ جلد یا بیشتر.

چاپ تک جلد: بدون هزینه اضافه، معادل هزینه فایل در آدرستان تحویل می‌شود.

(یک جلد هدیه نسخه خودآموز به مدرس در سفارشات ۲۰ جلد یا بیشتر)

(نسخه تدریس در دست شاگردان)

پند نمونه از نتایج درفشان برفی از همکاران مجموعه درس آموزه: **(خرداد و تابستان ۱۴۰۴)**

- از یک جمع چند نفره خصوصی، تمام افراد نمره ۱۹/۵ یا ۱۹/۷۵ کسب کردند؛ (حسابان دوازدهم نهایی)
- از یک گروه ۲۷ نفره در آموزشگاه، چند نفر ۲۰ و اکثراً نمره بالاتر از ۱۵ نهایی و از یک گروه ۱۱ نفره، پنج نفر نمره ۱۹/۵ یا بالاتر و هیچ کدام کمتر از ۱۸ نبودند؛ (دوازدهم انسانی نهایی)
- از جمع شاگردان فقط یکی از اساتید، کسب ۱۰ رتبه دو رقمی منطقه ۲ در رشته‌های ریاضی، تجربی و انسانی. (کنکور ۱۴۰۴)
- کسب درصد ریاضی فقط ۳ درصد کمتر از رتبه یک کنکور تجربی. (کنکور ۱۴۰۲)

تدریس ریاضیات کنکور:

100%

از متوسط تا پیشرفته و بسیار پیشرفته

با ترکیب دانش فود و ممتوای آموزشی ما، آسان، روان و مؤثر تدریس کنید
(اختصاصی دبیران، مدرسان و اساتید)



دریافت جدیدترین نمونه‌ها:



۰۹۳۵ ۶۰۰ ۸۴۵۴

**جزوات شخصی شما
برای تدریس حرفه‌ای ریاضیات کنکور**

اطلاعات شخصی مدرس، لوگو و تبلیغات شخصی یا مدرسه یا آموزشگاه، روش‌های ارتباطی با شما و ... روی جلد و در تمام صفحات درسنامه، به زیباترین شکل ممکن درج می‌شود.

۲	مجموعه، الگو و دنباله مرجع و متمم، الگو و دنباله، دنباله حسابی و هندسی	۱
۴۴	مثلثات معرفی نسبت‌ها و دایره مثلثاتی، روابط بین نسبت‌ها	۲
۶۹	توان‌های گویا توان و ریشه و محاسبات، توان گویا، عبارت جبری	۳
۱۰۱	معادله و نامعادله معادله درجه دوم و سهمی، تعیین علامت و نامعادله	۴

۵	تابع مفهوم تابع، دامنه و ضابطه، چند نوع از توابع ساده	۱۳۶
۶	ترکیبیات اصل‌های شمارش، جایگشت، ترتیب و ترکیب	۱۶۶
۷	احتمال و آمار احتمال و قوانین، تکنیک‌های پُر تکرار، علم آمار	۱۹۷



مجموعه الگو و دنباله

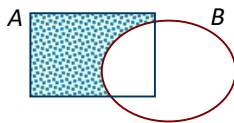
صفحه	فهرست
۳	زیرمجموعه‌های مهم \mathbb{R}
۱۰	مجموعه مربع و متمم
۱۶	الگو و دنباله
۲۲	دنباله‌های حسابی
۲۸	دنباله‌های هندسی
۳۷	ویژه صد درصدی‌ها

یادآوری:

مفاهیمی ساده و ضروری برای دو مجموعه A و B :

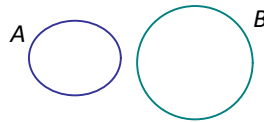
$A \cap B$ «مجموعه عضوهای مشترک»، $A \cup B$ «مجموعه عضوهایی که لااقل در یکی از آن دو باشند» و تفاضل $A - B$ «مجموعه اعضای A است که در B قرار ندارند».

در تفریق $A - B$ ، فقط عضوهای مشترک از A حذف می‌شوند؛ بنابراین:



$$A - B = A - (A \cap B)$$

حالت ویژه $A \cap B = \emptyset$ به صورت مقابل است:



بدیهی است که:

$$A \cap B = \emptyset \Rightarrow A - B = A$$

خواص ساده: (بدیهی و کاربردی)

هر دو A و B زیر مجموعه‌ی اجتماعشان هستند: $A \subseteq A \cup B$ و $B \subseteq A \cup B$ و اشتراک، زیر مجموعه‌ی هر دو A و B است.

$$A \cap B \subseteq A \quad \text{و} \quad A \cap B \subseteq B$$

واضح است که: $A \cap B \subseteq A \cup B$ خواهد بود. بعلاوه:

$$\text{برابری } A \cap B = A \cup B \text{ معادل } A = B \text{ است.}$$

اگر $A \subseteq B$ باشد، موارد زیر همواره درستند:

$$A \cap B = A \quad \text{و} \quad A \cup B = B \quad \text{و} \quad A - B = \emptyset$$

برای نمونه:

ساده شده‌ی عبارت $A \cup (B \cap A)$ برابر A است، زیرا: $(B \cap A) \subseteq A$. به همین صورت: $(A \cup B) \cup B = A \cup B$

مجموعه‌ی اعداد حقیقی و برخی زیر مجموعه‌های آن:

ایستگاه ۱: مجموعه‌های اعداد

اعداد گویا: از تقسیم دو عدد صحیح با مخرج غیر صفر ساخته می‌شوند:

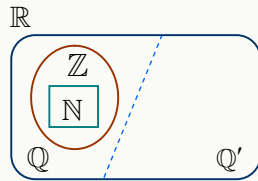
$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} : a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

چون تمام عددهای صحیح، گویا هم محسوب می‌شوند، پس: $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$

عدد گنگ: هر عددی که نتوان آن را به صورت تقسیم دو عدد صحیح نوشت. مجموعه‌ی اعداد گنگ دقیقاً

$\mathbb{R} - \mathbb{Q}$ است که آن را با \mathbb{Q}' نشان می‌دهیم.

اعداد حقیقی: مجموعه‌ی متشکل از تمام عددهای گویا و گنگ است:

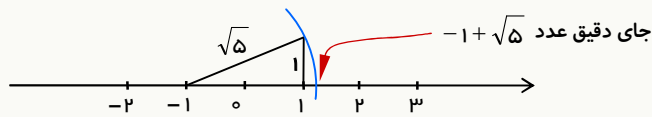


$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$$

نمودار و ن به صورت مقابل:

نمایش اعداد گنگ: بسیاری از عددهای گنگ را می‌توان توسط رابطه‌ی فیثاغورس روی محور مشخص کرد.

برای نمونه، نمایش عدد $-1 + \sqrt{5}$ روی محور:



توجه: بین هر دو عدد دلخواه:

بی‌شمار عدد گویا و بی‌شمار عدد گنگ وجود دارد.

توجه کنید:

- عددهای گویا در شکل اعشاری، یا مختوم هستند، مانند: $2/45$ یا رقم‌های اعشاری از جایی به بعد تکرار (تناوب) دارند، مانند: $2/333 \dots = 2/3$ و $16/2535353 \dots = 16/25$. سایر عددهای اعشاری گنگ هستند.
- عددهای رادیکالی نظیر $\sqrt{2}$ ، $\sqrt[3]{9}$ و $\sqrt{\frac{8}{3}}$ که رادیکال قابل حذف نیست، گنگ هستند. همچنین، عددهایی نظیر $2 - \sqrt{3}$ و $2 + \sqrt{2}$ که از جمع و تفریق یک عدد گنگ و یک عدد گویا به دست آمده‌اند. عدد π که تقریباً برابر $3/14$ است و در محاسبه‌ی محیط و مساحت دایره به کار می‌رود نیز گنگ است.
- برخی عددهای رادیکالی پس از ساده شدن به صورت گویا تبدیل می‌شوند، بنابراین این نوع عددهای رادیکالی، گویا هستند. برای نمونه:

$$\sqrt[3]{27} = 3 \in \mathbb{Q} \quad \text{و} \quad \sqrt{64} = 8 \in \mathbb{Q} \quad \text{و} \quad \sqrt{\frac{9}{49}} = \frac{3}{7} \in \mathbb{Q}$$

تیب سوالات

کدام عبارت صحیح نیست؟

- ① بین هر دو عدد گویا بی‌شمار عدد گنگ وجود دارد.
- ② بین هر دو عدد گنگ بی‌شمار عدد گویا وجود دارد.
- ③ بین هر دو عدد گویا بی‌شمار عدد صحیح وجود دارد.
- ④ بین هر دو عدد صحیح بی‌شمار عدد گویا وجود دارد.

پاسخ

نمونه فرماید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

چند مورد زیر صحیح است؟

الف) $(Z - W) \subseteq (Q - Q')$

پ) $Q' \subseteq (R - Z)$

ب) $(Z \cap W) - N = \emptyset$

ت) $(Q \cap W) \cap (Z \cap N) = \{0\}$

۱

۲

۳

۴

پاسخ ✓

اگر $A = Q' \cup Z$ ، $B = Q - N$ و $C = R - Z$ باشد، کدام مورد نادرست است؟

۱) $A \cup B = R$

۲) $A \cap C = Q'$

۳) $C - A = Q$

۴) $C - B = Q'$

پاسخ ✓

زیرمجموعه‌های مهمی از \mathbb{R} :

ایستگاه ۲: بازه‌های اعداد

بازه‌های کران‌دار:

ابتدا و انتهای این بازه‌ها با دو عدد مشخص می‌شوند. مانند:

$$\{x \mid x \in \mathbb{R}, a < x < b\} = (a, b)$$

بازه‌ی باز

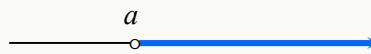
بازه‌های نیم‌باز $[a, b)$ و $(a, b]$ و بازه‌ی بسته‌ی $[a, b]$ به صورت مشابه تعریف می‌شوند. مانند:

$$\{x \mid x \in \mathbb{R}, -1 \leq x < 3\} = [-1, 3)$$

بازه‌های بی‌کران:

این بازه‌ها از یک یا هر دو طرف تا بی‌نهایت ادامه دارند. مانند:

$$\{x \in \mathbb{R} \mid x > a\} = (a, +\infty)$$

سایر بازه‌های بی‌کران به صورت مشابه بیان می‌شوند: $(-\infty, a]$ و $(-\infty, a)$ و $[a, +\infty)$.

$$(-\infty, +\infty) = \mathbb{R}$$

(مجموعه تمام اعداد حقیقی)

توجه:

بعلاوه، هر وقت لازم شد؛

برای محاسبات روی بازه‌ها، مانند اجتماع و اشتراک و ...، از نمایش روی محور کمک بگیرید.

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

تیب سوالات

❖ برای $A = (-3, 1]$ ، $B = (-\infty, -2]$ و $C = [-1, 1)$ ، مجموعه $(A \cup B) - C$ به صورت $(-\infty, -b) \cup \{a\}$ نوشته شده، مقدار $a + b$ کدام است؟

4 -1

3 0

2 2

1 1

پاسخ ✓

❖ برای چه محدوده‌ای از a ، عدد 1 عضو بازه $(a - 2, 2a + 1)$ است، ولی عدد صفر در این بازه قرار ندارد؟

4 $(2, 3]$ 3 $(0, 2]$ 2 $(0, 3]$ 1 $(2, +\infty)$

پاسخ ✓

❖ برای چند عدد طبیعی n ، بازه $(\frac{3-n}{2}, \frac{n+3}{n})$ شامل فقط یک عدد صحیح است؟ (نوبت 1- تجربی 1404)

4 4

3 3

2 2

1 1

پاسخ ✓

❖ اگر $(b, 4) \cap (-2, a) = (-\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$ باشد، حاصل $(b, a) \cup (-2a - 1, b)$ کدام است؟

4 $(-2, \frac{1}{2})$ 3 $(1, 4)$ 2 $(-2, \frac{1}{2}) - \{-\frac{1}{3}\}$ 1 $(-3, 1)$

پاسخ ✓

❖ اگر $m < -1$ باشد، چند عدد صحیح در مجموعه $\left[\frac{1}{m}, -m\right] \cap \left[m, -\frac{1}{m}\right]$ قرار دارد؟

4 نامشخص

3 2

2 1

1 صفر

پاسخ ✓

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

❓ اگر $(1, 2 + a^2) \cap (4 - a^2, 5) = \emptyset$ باشد، آنگاه a متعلق به کدام بازه است؟

4 [0, 1]

3 [-1, 1]

2 [1, ∞)

1 (-∞, 1]

پاسخ ✓

ایستگاه ۱۱: متناهی و نامتناهی

یک مجموعه متناهی (باپایان) است، هرگاه:

تعداد عضوهای آن با یک عدد بیان شود. (بقیه مجموعه‌ها بی‌پایان یا نامتناهی هستند.)

نمونه: مجموعه‌ی $\{1, 2, 3, \dots, 999\}$ متناهی، ولی $\{1, 2, 3, \dots\}$ نامتناهی است.

▪ وقتی $a < b$ باشد، بازه‌هایی مانند (a, b) و $[a, b]$ همیشه نامتناهی هستند، ولی عددهای صحیح موجود در آن‌ها متناهی است.

▪ فرض کنید: $A \subseteq B \subseteq C$ و به نتیجه‌گیری‌های ساده ولی مهم زیر توجه کنید:

• اگر B نامتناهی باشد، الزاماً C هم نامتناهی است. (در مورد A حکم قطعی نداریم.)

• اگر B متناهی باشد، الزاماً A هم متناهی است. (C می‌تواند متناهی یا نامتناهی باشد.)

برای نمونه:

چون $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ نامتناهی است، در نتیجه:

تمام مجموعه‌های \mathbb{Q} ، \mathbb{Z} ، \mathbb{W} و \mathbb{R} نامتناهی هستند. بعلاوه، \mathbb{Q}' نیز نامتناهی است.

سؤال: اگر A و B متناهی باشند، واضح است که هر سه مجموعه‌ی $A \cup B$ ، $A \cap B$ و $A - B$ نیز متناهی هستند؛

وضعیت این سه مجموعه در حالت‌های زیر چگونه است؟ (با دلیل یا مثال نقض!)

الف) A و B هر دو نامتناهی. ب) A متناهی و B نامتناهی. پ) A نامتناهی و B متناهی.

تیب سوالات

❓ چه تعداد از موارد زیر معرف یک مجموعه‌ی متناهی است؟

الف) مجموعه‌ی دوچرخه‌های موجود در کره‌ی زمین.

ب) مجموعه خطوطی که محور طول را در $x = -3$ قطع می‌کنند.

پ) مجموعه‌ی اعداد حقیقی در بازه‌ی $[-1, 2]$.

ت) مجموعه‌ی $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 3^{-x} > \frac{1}{3}\}$ (ث) $\mathbb{Z} - \mathbb{N}$

4 5

3 4

2 3

1 2

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

کدام مجموعه بیانگر یک مجموعه‌ی متناهی است؟

- ① مجموعه مثلث‌های با مساحت ۱۶
 ② مجموعه مربع‌های با مساحت ۱۶
 ③ مجموعه دایره‌های با شعاع ۵
 ④ مجموعه خطوط با شیب -۱

پاسخ

کدام مورد همواره درست است؟

- ① اگر $A - B$ متناهی باشد، آنگاه A و B متناهی‌اند.
 ② اگر $A - B$ نامتناهی باشد، آنگاه A و B نامتناهی‌اند.
 ③ اگر A نامتناهی و B متناهی باشد، آنگاه $A - B$ نامتناهی است.
 ④ اگر A متناهی و B نامتناهی باشد، آنگاه $A - B$ نامتناهی است.

پاسخ

اگر A متناهی و B و C نامتناهی باشند، کدام مورد همواره درست است؟

- ① $B - (A \cap C)$ متناهی است.
 ② $(A \cap B) \cup C$ نامتناهی است.
 ③ $A \cap (B - C)$ نامتناهی است.
 ④ $A \cap B$ و $B \cap C$ می‌توانند متناهی یا نامتناهی باشند.

پاسخ

نهمین تست (۱)



۱- برای مجموعه‌های $A = \mathbb{Q}' \cup \mathbb{N}$ و $B = \mathbb{Q} - \mathbb{Z}$ ، کدام عدد در مجموعه‌ی $A \cup B$ قرار ندارد؟

- ① $0/1$
 ② $\sqrt{\frac{1}{9}}$
 ③ $\frac{-2}{\sqrt[3]{3}}$
 ④ -۱

۲- n را بزرگ‌ترین عضو $\mathbb{Z} - W$ و m را کوچک‌ترین عضو مجموعه‌ی $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \geq -2, 2^x < 16\}$ بگیرید. مقدار n^m کدام است؟

- ① -۱
 ② $-\frac{1}{2}$
 ③ $\frac{1}{2}$
 ④ ۱

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

۳- اگر $A = [0, 4]$ ، $B = (-2, 3]$ و $C = [1, 5]$ باشد، حاصل $(A \cap C) \cup B$ کدام است؟

- ① $(-2, 3]$ ② $(-2, 5]$ ③ $(-2, 4]$ ④ $(1, 3)$

۴- اگر $A_n = (0, 1 + \frac{1}{n}]$ ، آنگاه $(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4) - (A_5 \cup A_6 \cup A_7 \cup A_8)$ با کدام بازه برابر است؟

- ① $(\frac{5}{4}, \frac{4}{3}]$ ② $(\frac{5}{4}, \frac{4}{3}]$ ③ $(\frac{5}{4}, 2]$ ④ $(\frac{5}{4}, 2]$

۵- اگر دو مجموعه $A = (-3, 4) - \{-1\}$ و $B = (a+b, 2a-b) \cup (b-a, -a)$ برابر باشند، حاصل ab کدام است؟

- ① $\frac{20}{9}$ ② 2 ③ -2 ④ -1

۶- اگر اجتماع دو بازه $(-\infty, 1]$ و $(\frac{3a-4}{2}, \infty)$ برابر مجموعه‌ی اعداد حقیقی شود، کدام یک درست است؟

- ① $a \leq 1$ ② $a \leq 2$ ③ $a < 2$ ④ $a = 2$

۷- اگر $0 < a < 1$ باشد، آنگاه $[a^4, a^3] \cap (a^2, a)$ کدام است؟

- ① $\{a^2\}$ ② (a^4, a) ③ (a^3, a^2) ④ \emptyset

۸- با فرض $0 < x < 1$ ، ساده شده‌ی عبارت $(x, \frac{1}{x^2}) \cap (x^2, \frac{1}{x^4})$ کدام است؟

- ① $(x^2, \frac{1}{x^2})$ ② $(x^2, \frac{1}{x^4})$ ③ $(x, \frac{1}{x^2})$ ④ $(x, \frac{1}{x^4})$

۹- اگر $n \in \mathbb{N}$ و بازه $(\frac{1}{n}, \frac{n+2}{n})$ تنها شامل یک عدد طبیعی باشد، چند مقدار برای n وجود دارد؟

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ بی‌شمار

۱۰- چند عدد طبیعی می‌توان برای n پیدا کرد به طوری که بازه $(n, \frac{n+3}{3})$ شامل عدد طبیعی نباشد؟

- ① صفر ② 1 ③ 2 ④ بی‌شمار

۱۱- برای دو مجموعه A و B می‌دانیم $A - B$ و $A \cap B$ متناهی هستند. کدام مورد همواره درست است؟

① A و B متناهی هستند. ② A متناهی و B نامتناهی است.

③ A متناهی است. ④ B متناهی است.

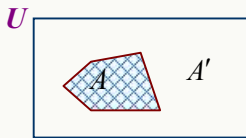
۱۲- به ازای چند مقدار طبیعی m ، اشتراک دو بازه $A = [-\frac{4}{m+1}, +\infty)$ و $B = (-\infty, \frac{5}{m+2}]$ یک مجموعه‌ی متناهی است؟

(نوبت ۲- تجربی ۱۴۰۴)

- ① 3 ② 2 ③ 1 ④ 4

دو مفهوم پر کاربرد در مبحث مجموعه‌ها:

ایستگاه ۱: مرجع و متمم

مجموعه مرجع: با نماد U (گاهی M)، مجموعه‌ای است که:اعضای همه‌ی مجموعه‌های مورد بحث ما در آن قرار دارند. (تمام مجموعه‌ها، زیرمجموعه‌ی U هستند).مجموعه‌ی تمام اعضای خارج A را با A' نشان داده و به آن «متمم» A گوئیم:

$$A' = U - A$$

برای نمونه:اگر \mathbb{Z} را مرجع بگیریم، در این صورت متمم W (اعداد حسابی) برابر $\{-1, -2, -3, \dots\}$ است. (عددهای صحیح منفی)**خواص ساده:** (با توجه به شکل)در مورد هر مجموعه‌ی A ، موارد زیر همیشه درست هستند:

$$A \cup A' = U \quad \text{و} \quad A \cap A' = \emptyset \quad \text{و} \quad (A')' = A$$

علاوه، $\emptyset' = U$ است، زیرا: $\emptyset' = U - \emptyset = U$. همچنین $U' = \emptyset$ است، زیرا: $U' = U - U = \emptyset$ **روابط مهم دیگر:**

اولاً: رابطه‌ی زیر تفاضل مجموعه‌ها را به اشتراک تبدیل می‌کند:

$$A - B = A \cap B'$$

توسط آن به آسانی می‌توان نشان داد: $A' - B' = B - A$

ثانیاً: قوانین «دموگان» به صورت زیر، کاربردهای زیادی دارند:

$$(A \cup B)' = A' \cap B' \quad \text{و} \quad (A \cap B)' = A' \cup B'$$

بنابراین:روابط $A \cap B' = A - B = A - (A \cap B)$ همیشه درست هستند.**سؤال:** اگر U نامتناهی و A یک مجموعه متناهی باشد، در مورد متناهی یا نامتناهی بودن A' چه می‌توان گفت؟ (اگر A

نامتناهی باشد، چطور؟) یا دلیل یا مثال نقض!

تیب سوالات

اگر A متناهی و B و C نامتناهی باشند، کدام مجموعه الزاماً نامتناهی است؟

④ $(A' \cup B)'$

③ $C \cap A'$

② $C \cap B$

① $A \cap B$

پاسخ ✓

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

❓ اگر A و B دو مجموعه ناتهی از مجموعه مرجع U باشند، مجموعه $(A \cup B) \cup ((B \cap A) \cap [(B \cup A) \cap B])$ با کدام مجموعه برابر است؟

④ $A \cup B$

③ $B - A$

② $(A - B)'$

① \emptyset

پاسخ ✓

❓ اگر $A = \{1, 2, \{1, 2\}, \{1, \{1, 2\}\}, \{2\}\}$ و $B = \{\{1\}, \{1, 2\}\}$ ، تعداد زیر مجموعه‌های $A \cap B'$ کدام است؟ (ریاضی ۹۸)

④ ۳۲

③ ۱۶

② ۸

① ۴

پاسخ ✓

❓ متمم مجموعه $(B - A)' \cap A$ برابر کدام است؟

④ $B' \cap A'$

③ $A \cap B'$

② $A' \cup B$

① A'

پاسخ ✓

نمادهای $n(A)$ و $|A|$ هر دو تعداد عضوهای مجموعه A را نشان می‌دهند.

ایستگاه ۲: تعداد عضوها

روابط شمارشی در مورد تعداد اعضای مجموعه‌ها:

♦ **رابطه ۱:** چون A و A' بر خلاف (متمم) یکدیگر هستند، همواره:

$$n(A') = n(U) - n(A)$$

♦ **رابطه ۲:** تعداد عضوهایی که حداقل در یکی از A و B باشند:

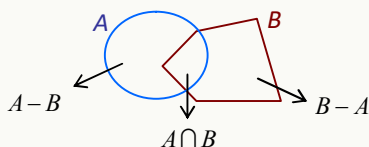
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

در حالتی که A و B عضو مشترک ندارند، (یعنی: $A \cap B = \emptyset$):

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$

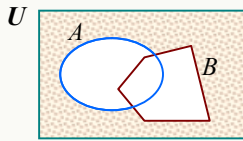
♦ **رابطه ۳:** تعداد عضوهایی که فقط در A باشند:

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$



توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.



♦ **رابطه ۴:** عضوهایی که در هیچ یک از دو مجموعه قرار ندارند، دقیقاً

خارج $A \cup B$ هستند. بنابراین تعداد چنین عضوهایی برابر است با:

$$n(U) - n(A \cup B) = n(U) - [n(A) + n(B) - n(A \cap B)]$$

توجه کنید:

بیان دیگر رابطه آخر: عضوهایی که «در A نیستند و در B نیستند.» این مجموعه در واقع $A' \cap B'$ است.

دو حالت خاص:

الف) تعداد عضوهایی که فقط (یا: دقیقاً) در یکی از A و B هستند:

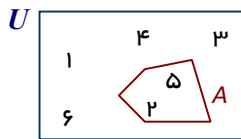
$$n(A - B) + n(B - A) = n(A) + n(B) - 2n(A \cap B)$$

ب) تعداد عضوهایی که حداکثر در یکی از A و B هستند، (یعنی: در $A \cap B$ نباشند). برابر است با:

$$n((A \cap B)') = n(U) - n(A \cap B)$$

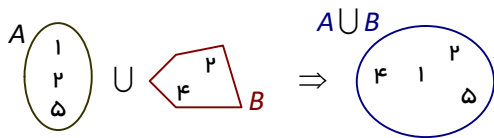
چند نمونه:

۱) در شکل مقابل می بینید:



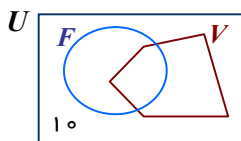
$$n(A') = n(U) - n(A) = 6 - 2 = 4$$

و در شکل زیر:



$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 3 + 2 - 1 = 4 \end{aligned}$$

۲) کلاسی ۳۲ دانش آموز دارد. اگر ۱۳ نفر عضو تیم فوتبال و ۱۴ نفر عضو تیم والیبال این کلاس باشند و ۱۰ نفر هم عضو هیچ تیمی نباشند:



$$n(U) = 32$$

الف) چند نفر هم در تیم فوتبال و هم در تیم والیبال عضو هستند؟

چون کلاس ۳۲ نفر است و ۱۰ نفر هیچ ورزشی انجام نمی دهند، تعداد کل افراد فوتبال یا والیبال $32 - 10 = 22$ نفر خواهد بود.

پس داریم:

$$n(F) = 13 \text{ و } n(V) = 14 \text{ و } n(F \cup V) = 22$$

تعداد افراد فعال در هر دو ورزش، یعنی $n(F \cap V)$:

$$n(F \cup V) = n(F) + n(V) - n(F \cap V) \rightarrow 22 = 13 + 14 - n(F \cap V)$$

$$\Rightarrow n(F \cap V) = 27 - 22 = 5$$

ب) چند نفر فقط عضو تیم فوتبال هستند؟

تعداد افرادی که فقط فوتبال بازی می کنند، همان $n(F - V)$ است:

$$n(F - V) = n(F) - n(F \cap V) = 13 - 5 = 8$$

پ) چند نفر فقط عضو تیم هستند؟

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

$$n(F) + n(V) - 2n(F \cap V) = 13 + 14 - 2(5) = 17$$

تیپ سوالات

اگر $n(A \cap B) = 4$ و $n(A \cup B) = 20$ باشد، حاصل $n(A - B) + n(B - A)$ کدام است؟

۱۲ ④

۲۴ ③

۱۶ ②

۱۰ ①

پاسخ ✓

اگر $n(A) = 4$ و $n(A \cup B) = 13$ باشد، محدوده $n(B)$ کدام است؟

 $0 \leq n(B) \leq 9$ ④ $4 \leq n(B) \leq 9$ ③ $0 \leq n(B) \leq 13$ ② $9 \leq n(B) \leq 13$ ①

پاسخ ✓

توجه کنید:

استفاده از نمودار ون و نمایش تعداد اعضای هر بخش روی آن، استفاده از فرمولها و پاسخ گویی را بسیار آسان تر می کند.

اجتماع دو مجموعه A و B دارای ۳۰ عضو بوده، $A - B$ دارای ۷ و $A \cap B$ دارای ۵ عضو است. اگر از هر کدام از دو مجموعه پنج عضو برداشته شود، از اشتراک آنها ۲ عضو کم می شود. اجتماع مجموعه های جدید A و B چند عضوی است؟

۱۸ ④

۲۱ ③

۱۹ ②

۲۲ ①

پاسخ ✓

در یک جمع، ۴۰ درصد افراد عضو گروه سرود و ۷۰ درصد عضو گروه ورزشی هستند. چند درصد افراد جمع فقط عضو گروه ورزشی هستند؟

حداکثر ۶۰ ④

حداکثر ۴۰ ③

حداقل ۴۰ ②

حداقل ۶۰ ①

پاسخ ✓

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

❓ اگر $n(A \cup B) = 57$ و $n(A \cap B) = 3n(A - B) = 4n(B - A)$ باشد، تعداد اعضای مجموعه A کدام است؟

(تجربی نوبت ۱-۱۴۰۳)

۴۸ ④

۴۵ ③

۳۶ ②

۳۳ ①

پاسخ ✓

❓ در یک کلاس، نصف دانش آموزان به ورزش فوتبال، $\frac{3}{8}$ دانش آموزان به ورزش والیبال و $\frac{1}{8}$ دانش آموزان به هر دو ورزش علاقمند هستند. اگر ۱۰ نفر به هیچ یک از دو ورزش علاقمند نباشند، تعداد دانش آموزانی که به هر دو ورزش علاقمند هستند، کدام است؟

۵ ④

۱۵ ③

۲۰ ②

۱۰ ①

پاسخ ✓

تمرین تست (۲)



۱- اگر $A_n = \{n, n+1, \dots, n+9\}$ ، متمم مجموعه $A_1 \cap A_3 \cap A_5$ در مجموعه اعداد طبیعی نابیشتر از ۵۰، چند عضو دارد؟

۴۲ ④

۴۰ ③

۳۸ ②

۳۷ ①

۲- اگر $(0, +\infty)$ مجموعه مرجع باشد، $A = (3, 4)$ و $B = (2, +\infty)$ مجموعه $A' - B'$ کدام است؟

$(3, 4)$ ④

$(2, 3] \cup [4, +\infty)$ ③

$[2, 3]$ ②

$[2, 3) \cup (4, +\infty)$ ①

۳- اگر مجموعه مرجع \mathbb{Z} باشد و $A' = \{1, 2, 3, 4\}$ و $B' = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ ، آنگاه مجموعه $(A \cup B)'$ کدام است؟

$\{3, 4\}$ ④

$\{3, 4, 5, 6\}$ ③

$\{3, 4, 5\}$ ②

$\{1, 2, 3\}$ ①

۴- اگر مجموعه مرجع \mathbb{R} باشد و دو مجموعه $(-\infty, 2]$ و $(\frac{2a-3}{5}, +\infty)$ متمم یکدیگر باشند، کدام درست است؟

$a \leq 3/5$ ④

$a = 3/5$ ③

$a = 6/5$ ②

$a \leq 6/5$ ①

۵- اگر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 3 \leq x < 6\}$ و $B = [-5, 6]$ باشد، مجموعه $A' - B'$ شامل چند عدد صحیح است؟

۵ ④

۸ ③

۹ ②

۱۰ ①

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

۶- A و B دو مجموعه‌ی ناتهی و $A \cap B = \emptyset$ است. کدام رابطه نادرست است؟

- ① $(A \cup B)' = \emptyset$ ② $A \cap B' = A$ ③ $A - B' = \emptyset$ ④ $A \subset B'$

۷- در بررسی ۵۰۰ کشاورز، ۳۷۰ نفر دارای مزرعه چای و ۲۰۰ نفر دارای شالیزار هستند. تعداد آن‌هایی که نه مزرعه چای و نه شالیزار دارند، برابر تعداد کشاورزانی است که فقط شالیزار دارند. چند کشاورز فقط مزرعه‌ی چای دارند. (کشاورزان فقط چای و برنج برداشت می‌کنند). (نوبت ۱- تجربی ۱۴۰۲)

- ① ۱۰۰ ② ۱۳۵ ③ ۲۳۵ ④ ۲۷۰

۸- مجموعه‌ی $A \cap B$ دارای ۳ عضو، مجموعه‌ی $A \cup B$ دارای ۶ عضو و مجموعه‌ی $A \cap B'$ تعداد ۱ عضو دارد. مجموعه‌ی $B - A$ چند عضو دارد؟

- ① ۴ ② ۳ ③ ۲ ④ ۱

۹- مجموعه‌ی $A - B$ دارای ۱ عضو، مجموعه‌ی $B - A$ دارای ۲ عضو و $A \cap B$ دارای ۳ عضو بوده، مجموعه‌ی B چند عضو دارد؟

- ① ۴ ② ۵ ③ ۶ ④ ۷

۱۰- در یک کلاس ۵۰ نفر، ۳۰ نفر به فوتبال و ۳۵ نفر به والیبال علاقه دارند. اگر ۱۰ نفر به هیچ رشته‌ای علاقه نداشته باشند، چند نفر به هر دو رشته علاقه دارند؟

- ① ۱۰ ② ۲۰ ③ ۲۵ ④ ۳۰

۱۱- شمارنده‌های طبیعی دو عدد ۴۰ و ۵۶ را در نظر بگیرید. توصیف‌های «عددهایی که لاقط شمارنده‌ی یکی از این دو عدد باشند.» و «عددهایی که فقط شمارنده‌ی ۵۶ باشند.» به ترتیب چند عضو دارند؟

- ① ۸ و ۲۰ ② ۸ و ۱۲ ③ ۴ و ۱۲ ④ ۴ و ۲۰

۱۲- اگر $n(A') = 2x + 3$ ، $n(A \cup B) = 3x + 1$ و $n(A' \cup B') = 5x - 4$ باشد، $n(B)$ کدام است؟

- ① ۵ ② ۶ ③ ۷ ④ ۸

۱۳- در یک کلاس ۳۹ نفری، ۱۶ نفر در گروه ورزش، ۱۲ نفر در گروه روزنامه دیواری و ۹ نفر فقط در گروه ورزش هستند. چند نفر آنان عضو هیچ یک از این دو گروه نیستند؟ (ریاضی ۹۸)

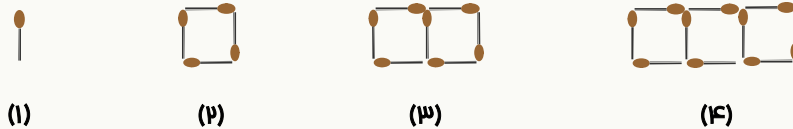
- ① ۱۵ ② ۱۶ ③ ۱۷ ④ ۱۸

۱۴- مجموعه‌های A و B به ترتیب دارای m و k عضو هستند. اگر $m - k = 14$ و اختلاف تعداد اعضای مجموعه‌های $A \cup B$ و $A \cap B$ برابر ۲۰ باشد، مجموعه‌ی $B - A$ چند عضو دارد؟ (نوبت ۲- تجربی ۱۴۰۲)

- ① ۸ ② ۶ ③ ۴ ④ ۳

الگو نویسی با مقایسه شماره شکل‌ها و تعداد اجزای آنها انجام می‌شود:

ایستگاه ۱: الگو نویسی



در شکل‌های بالا،

تعداد چوب کبریت‌ها در هر مرحله ۳ مورد اضافه می‌شود:

$$1, \underbrace{1+1 \times 3}_{(2)}, \underbrace{1+2 \times 3}_{(3)}, \underbrace{1+3 \times 3}_{(4)}, \underbrace{1+4 \times 3}_{(5)}, \dots$$

بنابراین تعداد در شکل دهم برابر $1+9 \times 3 = 28$ و تعداد آنها در شکل n ام برابر است با:

$$t_n = 1 + (n-1) \times 3 \Rightarrow t_n = 3n - 2$$

الگوی خطی: به صورت $t_n = an + b$ ، یک عبارت درجه اول بر حسب n است. مانند:

$$1, 4, 7, 10, \dots, 3n-2, \dots \Rightarrow t_n = 3n - 2$$

سایر الگوها غیر خطی هستند؛ نظیر:

$$2, 5, 10, 17, \dots, n^2 + 1, \dots \Rightarrow t_n = n^2 + 1$$

تیب سوالات

❓ اگر در یک الگوی خطی، جمله اول ۳ و جمله پنجم آن ۵- باشد، جمله شماره‌ی در آن برابر ۳۹- است.

۱۲ ④

۲۲ ③

۲۱ ②

۱۱ ①

پاسخ ✓

❓ در یک الگوی خطی، جمله چهاردهم، چهار برابر جمله سوم است. در این الگو، نسبت جمله بیست و دوم به جمله پنجم کدام است؟

۷ ④

۶ ③

۵ ②

۴ ①

پاسخ ✓

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

❓ اگر $a_n = (6-2k)n^2 + 3n + 5 - k$ یک الگوی خطی باشد، حاصل ضرب شش جمله‌ی اول دنباله‌ی $t_n = \frac{k(-1)^{n+1}n}{n+1}$

کدام است؟

④ $-\frac{729}{7}$

③ $-\frac{18}{5049}$

② $\frac{18}{5049}$

① $\frac{729}{7}$

پاسخ

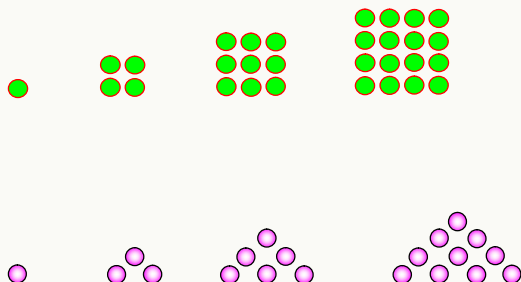
ایستگاه ۲: الگوهای غیرخطی

چند الگوی غیرخطی:

الگوی مربعی: به صورت $1, 4, 9, 16, \dots$ و در

کل به شکل $t_n = n^2$ است.

الگوی مثلثی: به صورت شکلی زیر نمایش داده می‌شود:



نمایش جملات آن به صورت $1, 3, 6, 10, \dots$ و جمله‌ی کلی آن:

$$t_n = 1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

الگوی درجه دوم: جمله‌ی عمومی آن درجه دوم است: $t_n = an^2 + bn + c$. با داشتن سه جمله از آن، از حل

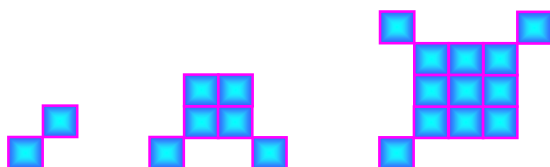
دستگاه، مقادیر a, b, c معلوم شده و الگو به صورت کامل مشخص می‌شود.

توجه کنید:

در الگوی درجه دوم بالا، عبارت $t_{n+1} - t_n$ (فاصله‌ی جملات متوالی) یک الگوی درجه اول (خطی) خواهد شد. (بررسی دقیق - تر در مبحث دنباله‌ی حسابی.)

تیپ سوالات

❓ تعداد مربع‌های واحد در شکل سیزدهم برابر کدام است؟



① ۱۴۴

② ۱۶۹

③ ۱۹۲

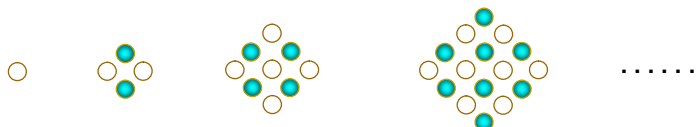
④ ۱۸۲

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

پاسخ

طبق الگوی زیر، در شکل نهم چند گوی رنگی وجود خواهد داشت؟



۳۰ ①

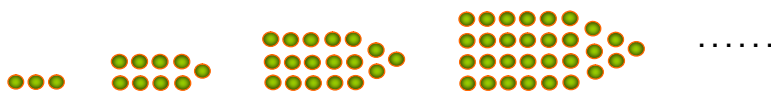
۳۴ ②

۳۹ ③

۴۰ ④

پاسخ

در الگوی زیر، تعداد نقطه‌ها در شکل نهم، کدام است؟



۱۳۵ ④

۱۰۸ ③

۱۴۶ ②

۱۶۵ ①

پاسخ

الگوی درجه دوم $10, 13, 18, 25, \dots$ چند جمله‌ی سه رقمی دارد؟

۲۰ ④

۲۱ ③

۲۲ ②

۲۳ ①

پاسخ

در الگوی درجه دوم $12, 3, -2, \dots$ اختلاف جملات هفتم و نهم چقدر است؟

۶۰ ④

۶۱ ③

۶۲ ②

۶۳ ①

پاسخ

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

ایستگاه ۳: دنباله اعداد

در یک دنباله a_n ، اولین جمله a_1 ، دومین جمله a_2 و ... بوده و نمایش آن چنین است:

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$$

a_n «جمله عمومی» یا «جمله n ام» است.

دنباله‌ی a_1, a_2, a_3, \dots را در نظر بگیرید. در این صورت:

○ دنباله را «صعودی» گویند، هرگاه: $a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq \dots$

جملات افزایشی یا برابرند. (یعنی: نمی‌توانند کم شوند!)

○ دنباله «نزولی» است، هرگاه: $a_1 \geq a_2 \geq a_3 \geq \dots$

جملات کاهشی یا برابرند. (یعنی: نمی‌توانند زیاد شوند!)

دنباله‌ای که صعودی یا نزولی باشد، «یکنوا» نامیده می‌شود.

حالت خاص:

دنباله‌ی عددی ثابت، هم صعودی و هم نزولی است.

مانند:

$$-1, -1, -1, \dots \quad \text{یا} \quad 4, 4, 4, \dots$$

تیب سوالات

◇ در دنباله‌ی $a_n = \frac{22-3n}{3+n}$ چند جمله‌ی مثبت وجود دارد؟

۷ ④

۸ ③

۹ ②

۶ ①

پاسخ ✓

◇ اگر در یک دنباله $a_{n-5} = \frac{n+3}{2n+3}$ باشد، جمله‌ی هفتم آن کدام است؟

$\frac{8}{13}$ ④

$\frac{3}{5}$ ③

$\frac{14}{25}$ ②

$\frac{5}{9}$ ①

پاسخ ✓

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

توجه کنید:

در معرفی **بازگشتی** یک دنباله، برای تعیین هر جمله، به اطلاعاتی از جملات قبلی نیاز است. برای نمونه:

پنج جمله‌ی اول از دنباله‌ی بازگشتی $t_n = -2t_{n-1} + 1$ ($n \geq 2$) را می‌نویسیم: قرار می‌دهیم $n = 2$ و از فرض $t_1 = -1$ استفاده می‌کنیم:

$$t_2 = -2t_1 + 1 = -2(-1) + 1 = 3$$

به صورت مشابه:

$$n = 3: t_3 = -2t_2 + 1 = -2(3) + 1 = -5$$

$$n = 4: t_4 = -2t_3 + 1 = -2(-5) + 1 = 11$$

$$n = 5: t_5 = -2t_4 + 1 = -2(11) + 1 = -21$$

❖ فرض کنید جمله‌ی صدم دنباله‌ی بازگشتی $a_{n+1} = \frac{1}{a_n} + 1$ با شرط $a_1 = 1$ برابر $\frac{k}{m}$ باشد. جمله‌ی نود و هشتم دنباله کدام

است؟ (ریاضی ۱۴۰۰)

$$\frac{2m-k}{k-m} \quad 4$$

$$\frac{k-m}{k-2m} \quad 3$$

$$\frac{k-2m}{k-m} \quad 2$$

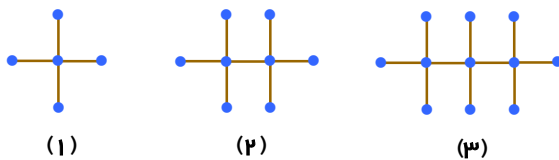
$$\frac{k-m}{2m-k} \quad 1$$

پاسخ

تمرین تست (۳)



۱- تعداد نقاط در شکل بیستم الگوی زیر کدام است؟



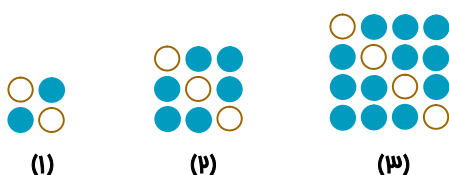
$$60 \quad 1$$

$$61 \quad 2$$

$$62 \quad 3$$

$$64 \quad 4$$

۲- تعداد گوی‌های رنگی در شکل n ام الگوی زیر کدام است؟



$$n^2 \quad 1$$

$$2n^2 - 1 \quad 2$$

$$n^2 - n \quad 3$$

$$n^2 + n \quad 4$$

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

۳- در دنباله‌ی خطی t_n داریم: $2n^2 - 9n - 3 = t_{n+2} - nt_{n-3}$. جمله‌ی دهم کدام است؟

- ① ۱۹ ② -۱۹ ③ -۲۳ ④ ۲۳

۴- در دنباله‌ی $t_n = 140n - 5n^2$ چند جمله‌ی مثبت وجود دارد؟

- ① صفر ② بی‌شمار ③ ۲۸ ④ ۲۷

۵- جمله‌ی چندم دنباله‌ی $a_n = \frac{(-1)^n}{n+1} + 2$ برابر $2/04$ است؟

- ① ۲۳ ② ۲۴ ③ ۳۰ ④ ۴۰

۶- کدام یک می‌تواند جمله‌ی عمومی دنباله‌ی روبه‌رو باشد؟

- ① $2n^2 - 5n + 5$ ② $n^2 - (-1)^n$ ③ $3n^2 - 8n + 7$ ④ $n+1$

۷- در دنباله‌ای بازگشتی، عدد ۱ جمله‌ی اول است و داریم: $t_{n+1} = t_n + n + 1$. جمله‌ی دهم کدام است؟

- ① ۱۰۰ ② ۱۱۰ ③ ۵۰ ④ ۵۵

در این بخش و بخش بعدی، دو نوع خاص از دنباله را بررسی می‌کنیم که «**تصاعد**» نیز نامیده می‌شوند.

ایستگاه ۱: دنبالهی مسابى

در «دنبالهی حسابی» یا نام دیگر آن «دنبالهی عددی»:

اختلاف هر دو جملهی متوالی یک مقدار ثابت به نام قدرنسبت (d) است: $d = a_p - a_1 = a_3 - a_2 = \dots$

$$(a_1 = -2, d = 3) \quad -2, 1, 4, 7, 10, \dots$$

توجه:

هر جمله با d جمع شده تا جملهی بعد حاصل گردد. پس اگر جملهی اول را با a نشان دهیم، شکل کلی دنباله

چنین است:

$$\underbrace{a}_{a_1}, \underbrace{a+d}_{a_2}, \underbrace{a+2d}_{a_3}, \underbrace{a+3d}_{a_4}, \dots$$

در نتیجه:

جملهی عمومی دنبالهی مسابى به صورت $a_n = a + (n-1)d$ است.

بنابراین: (مهم)

دنبالهی حسابی همان دنبالهی خطی (درجه اول) است. **بعلاوه**، در این نوع دنباله، ضریب n برابر قدرنسبت است.

نمونه:

در دنبالهی حسابی $a_n = -3n + 2$ داریم: $d = -3$.

توجه کنید:

۱) بدیهی است که، دنبالهی حسابی با شرط $d > 0$ صعودی و با شرط $d < 0$ نزولی است. (در حالت خاص $d = 0$ ، جملات

دنباله یکسان، و بنابراین دنباله هم صعودی و هم نزولی است. مانند: $(3, 3, 3, 3, \dots)$)

۲) طبق گفته‌های بالا، شکل بازگشتی دنبالهی حسابی به صورت $a_{n+1} = a_n + d$ با معلوم بودن a_1 است.

نمونهی دیگر:

در دنبالهی حسابی $\dots, 4, 7, 10, \dots$ داریم: $a_1 = 4$ و $d = 3$. در نتیجه جملهی عمومی به صورت زیر است:

$$a_n = 4 + (n-1)(3) = 3n + 1 \quad (\text{شکل با (گشتی): } a_1 = 4, a_{n+1} = a_n + 3)$$

تیب سوالات

مجموع جملات سوم و هفتم در یک دنبالهی حسابی ۱۰ و جملهی دهم $12/5$ است. جملهی هفدهم کدام است؟

۲۳ ④

۲۳/۵ ③

۲۴/۵ ②

۲۵ ①

پاسخ ✓

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

در یک دنباله حسابی، مجموع سه جمله اول ۹ و مجموع سه جمله بعدی آن برابر ۴۵ است. جمله چندم دنباله ۳۹۹ است؟

۱۰۲ ④

۱۰۱ ③

۱۰۰ ②

۹۹ ①

پاسخ ✓

روش سریع:

وقتی جملات اول و آخر و قدرنسبت معلوم هستند، تعداد جملات یکبار از رابطه $n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1$ حاصل می‌شود. برای نمونه، در تست قبل بعد از تعیین $a = -1$ و $d = 4$:

$$n = \frac{399 - (-1)}{4} + 1 = \frac{400}{4} + 1 = 101$$

دنباله‌ی حسابی $\dots, 29, 33, 37$ فقط یازده جمله‌ی منفی دارد. جمله‌ی آخر دنباله کدام است؟

-۴۳ ④

-۴۷ ③

-۵۳ ②

-۵۷ ①

پاسخ ✓

جمله‌های چهارم و هشتم یک دنباله‌ی حسابی به ترتیب جمله دوم و هفتم یک الگوی خطی هستند. اگر صفر، جمله‌ی دهم الگوی خطی باشد، جمله‌ی پانزدهم الگو، چند برابر قدرنسبت دنباله‌ی حسابی است؟ (نوبت ۱- تجربی ۱۴۰۲)

۳ ④

۴ ③

 $\frac{8}{5}$ ② $\frac{6}{5}$ ①

پاسخ ✓

در یک دنباله‌ی حسابی با جمله اول a و قدرنسبت d ، تساوی $6a_p^2 = 5a_3a + 3a_4a$ برقرار است. نسبت جمله‌ی چهارم دنباله به d کدام می‌تواند باشد؟ (نوبت ۲- تجربی ۱۴۰۲)

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

4 4

3/5 3

1/5 2

1 1

پاسخ ✓

توجه کنید:

در حل تست نسبتاً دشوار قبل، چون در مسأله برای d شرطی وجود ندارد، می‌توانستید با فرض $d = 1$ به سؤال پاسخ سریع‌تر بدهید!

ایستگاه ۲: برخی خواص**۱) خاصیت جملات متوالی:**

هرگاه a, b, c سه جمله‌ی متوالی (پشت سر هم) از یک دنباله‌ی حسابی باشند، آنگاه:

$$b = \frac{a+c}{2} \quad \text{یا} \quad 2b = a+c$$

(عدد b را «واسطه حسابی» یا «میانگین حسابی» بین a و c گویند.) **دلیل:**

$$d = b - a = c - b \rightarrow b + b = a + c \Rightarrow 2b = a + c$$

توجه: معمولاً در نظر گرفتن جملات متوالی دنباله‌ی حسابی به صورت $a, a+d, a+2d, \dots$ سرعت بخش است.

۲) اگر دو جمله‌ی دلخواه a_m و a_n از یک دنباله عددی معلوم باشند، آنگاه:

$$d = \frac{a_n - a_m}{n - m} \quad (\text{یا: } a_n - a_m = (n - m)d)$$

نتیجه‌ی مهم:

وقتی بین اعداد a و b تعداد n واسطه حسابی قرار می‌دهید، در واقع $a = a_1$ و $a_{n+2} = b$ بوده و بنابراین:

$$d = \frac{a_{n+2} - a_1}{(n+2) - 1} = \frac{a_{n+2} - a_1}{n+1} \Rightarrow \boxed{d = \frac{b - a}{n+1}}$$

۳) اگر $m+n = r+s$ ، آنگاه در دنباله‌ی عددی رابطه‌ی $a_m + a_n = a_r + a_s$ برقرار است. بویژه، اگر

$2m = r + s$ باشد، آنگاه نتیجه می‌گیریم:

$$2a_m = a_r + a_s$$

چند نمونه:

الف) در هر دنباله‌ی حسابی $a_3 + a_1 = a_6 + a_8$ است و همچنین: $a_3 + a_1 = 2a_4$.

ب) قدر نسبت دنباله‌ی عددی با جملات متوالی $1-5p, 4-3p, 3+2p$ را مشخص می‌کنیم. طبق نکته‌ی قبل باید:

$$2(3p+4) = 2p+3+5p-1 \rightarrow 6p+8 = 7p+2 \Rightarrow p=6$$

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

با جایگذاری، جملات به صورت $15, 22, 29$ بوده‌اند و در نتیجه خواهیم داشت:

$$d = 22 - 15 = 7$$

پ) بین دو عدد -17 و 308 ، چهار عدد (واسطه حسابی) قرار می‌دهیم تا کل شش عدد تشکیل دنباله‌ی حسابی دهند.

دنباله باید چنین باشد: $-17, \quad , \quad , \quad , 308$

طبق روش بالا: $d = \frac{308 - (-17)}{4+1} = \frac{325}{5} = 65$ بوده و بنابراین کافی است هر جمله با 65 جمع شود تا جمله‌ی بعدی

نوشته شود:

$$-17, 48, 113, 178, 243, 308$$

تیب سوالات

در یک دنباله حسابی، جملات یازدهم و شانزدهم به ترتیب 31 و 46 هستند. جمله هشتم کدام است؟

۲۶ ④

۲۸ ③

۲۴ ②

۲۲ ①

پاسخ ✓

اگر واسطه‌ی حسابی بین 10 و 4 را x و واسطه‌ی حسابی بین 33 و 21 را y بنامیم و عددهای x, b, a, c, y از چپ

به راست تشکیل یک دنباله‌ی حسابی دهند، $b^2 + c$ کدام است؟

۳۰۱ ④

۱۶۱ ③

۱۶۶ ②

۳۱۱ ①

پاسخ ✓

در یک دنباله‌ی حسابی، جمله‌ی پانزدهم برابر 12 است و داریم: $a_{10}^2 - a_1^2 = 360$. جمله‌ی دهم این دنباله کدام است؟

۱۰ ④

۱/۵ ③

۴/۵ ②

-۹ ①

پاسخ ✓

بین دو عدد 22 و m ، چهار واسطه‌ی حسابی قرار داده‌ایم. اگر مجموع آن‌ها 58 باشد، بزرگ‌ترین آن‌ها کدام است؟

۱۷ ④

۱۹ ③

۲۰ ②

۲۸ ①

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

پاسخ ✓

بین دو عدد $4a-3$ و $7a$ چهار واسطه حسابی درج کرده‌ایم. اگر اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین واسطه برابر $14/4$ باشد، a کدام است؟ (جمله‌ی اول: $4a-3$)

- 1 7 2 9 3 6 4 5

پاسخ ✓

در یک دنباله‌ی حسابی داریم:

$$a_4 + a_7 + a_{10} = 17 \quad \text{و} \quad a_4 + a_5 + \dots + a_{14} = 77$$

اگر $a_m = 13$ باشد، m کدام است؟

- 1 22 2 20 3 18 4 16

پاسخ ✓

تمرین تست (۴)



۱- در دنباله‌ی حسابی با $a_{10} - a_4 = 24$ ، مقدار $a_{19} - a_{95}$ چقدر است؟

- 1 -304 2 -302 3 -298 4 -296

۲- اگر ۸ و ۵ به ترتیب جملات پنجم و دهم یک الگوی خطی باشند، جمله‌ی شانزدهم کدام است؟ (تجربی ۱۴۰۱)

- 1 $11/6$ 2 $9/6$ 3 $2/4$ 4 $1/4$

۳- جمله‌ی نهم دنباله‌ی اعداد $\frac{5}{2}, \frac{8}{5}, \frac{11}{10}, \frac{14}{17}, \dots$ کدام است؟

- 1 $\frac{28}{65}$ 2 $\frac{29}{65}$ 3 $\frac{29}{82}$ 4 $\frac{31}{82}$

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

۴- اگر $a_n = (3a - b)n^2 + (a + 7)n + b$ جمله‌ی عمومی یک دنباله‌ی حسابی با قدرنسبت ۵ باشد، جمله‌ی چندم دنباله ۲۹ است؟

- ۱ هشتم ۲ هفتم ۳ ششم ۴ پنجم

۵- سه جمله‌ی اول دنباله‌ای حسابی $3a + 1$ ، $5a - 11$ ، $2a - 3$ هستند. جمله‌ی چندم این دنباله برابر با 2017 است؟

- ۱ ۵۰۲ ۲ ۵۰۳ ۳ ۵۰۴ ۴ ۵۰۵

۶- عددهای ۲۳، c ، ۱۹، b ، a جمله‌های متوالی دنباله‌ای حسابی‌اند. حاصل عبارت $18b - 4a - 14c$ چقدر است؟

- ۱ -۳۲ ۲ -۴۸ ۳ ۲۲ ۴ ۲۸

۷- در یک دنباله‌ی حسابی $a_5 + a_8 = 16$ و $(a_8)^2 - (a_5)^2 = -160$ است. قدر نسبت دنباله کدام است؟

- ۱ ۲ ۲ -۲ ۳ -۵ ۴ ۵

۸- بین دو عدد $x = m^2 + 3m + 4$ و $y = m^2 + 4$ ، تعداد $m - 1$ عدد را طوری درج می‌کنیم که اعداد حاصل، یک دنباله‌ی حسابی تشکیل دهند. قدر نسبت دنباله‌ی حاصل کدام است؟ ($x > y$)

- ۱ ۱ ۲ ۲ ۳ ۳ ۴ ۴

۹- اعداد طبیعی متوالی را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم که آخرین عدد هر گروه مربع کامل باشد؛ یعنی: $\{1\}, \{2, 3, 4\}, \dots$. در دسته‌ی نهم، واسطه‌ی حسابی بین دو عدد اول و آخر آن، کدام است؟ (تجربی ۹۹)

- ۱ ۷۱ ۲ ۷۲ ۳ ۷۳ ۴ ۷۴

۱۰- اگر به قدر نسبت یک دنباله حسابی ۲ واحد اضافه کنیم، به جمله‌ی پنجم دنباله‌ی حاصل چند واحد اضافه می‌شود؟

- ۱ صفر ۲ ۲ ۳ ۸ ۴ ۱۰

۱۱- در یک دنباله‌ی حسابی با قدرنسبت ۳- داریم: $a_5^2 + a_8^2 + 8 = a_6^2 + a_7^2 - 7$. مجموع چهار جمله‌ی دوم دنباله کدام است؟

- ۱ -۵ ۲ $-\frac{15}{4}$ ۳ $\frac{15}{4}$ ۴ ۵

۱۲- در یک دنباله‌ی عددی که دارای ۱۷ جمله است، جمله‌ی نهم برابر ۸ است. مجموع جملات این دنباله چقدر است؟

- ۱ ۱۳۶ ۲ ۱۲۸ ۳ ۱۲۰ ۴ ۱۵۳

۱۳- در یک دنباله‌ی حسابی، جمله‌ی اول از جمله‌ی آخر ۲۴ واحد بزرگ‌تر بوده و جمله‌ی وسط ۱۸- است. اگر قدرنسبت دنباله $-\frac{1}{4}$ باشد، جمله‌ی آخر آن کدام است؟

- ۱ -۳۰ ۲ -۲۴ ۳ -۱۲ ۴ -۶

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.



نوع دوم دنباله‌های خاص:

ایستگاه ۱: دنباله هندسی

در دنباله‌ای مانند: $\dots, ۸, -۴, ۲, -۱$ که به آن «هندسی» گفته می‌شود؛

$$\frac{۲}{-۱} = \frac{-۴}{۲} = \frac{۸}{-۴} = \dots$$

نسبت هر دو جمله‌ی متوالی، یک مقدار ثابت به نام قدرنسبت (r) است.

$$\frac{a_۲}{a_۱} = \frac{a_۳}{a_۲} = \dots = \frac{a_n}{a_{n-1}} = \dots = r \quad \text{قدرنسبت:}$$

پس: $a_۲ = a_۱ \times r$ و $a_۳ = a_۲ \times r$... است؛ یعنی:

هر جمله در r ضرب شده تا جمله‌ی بعد حاصل گردد.

برای نمونه؛ دنباله‌ی $\dots, ۱, -۳, ۹, -۲۷$ هندسی است و:

$$r = \frac{-۳}{۱} = -\frac{۳}{۱} \quad (\text{هر جمله در } -\frac{۳}{۱} \text{ ضرب شده و جمله‌ی بعد حاصل شده است.})$$

در کل، اگر a جمله‌ی اول و r قدرنسبت باشد، دنباله چنین است:

$$\underbrace{a}_{a_۱}, \underbrace{a \times r}_{a_۲}, \underbrace{a \times r^۲}_{a_۳}, \underbrace{a \times r^۳}_{a_۴}, \dots$$

بنابراین:

جمله‌ی عمومی دنباله‌ی هندسی به صورت $a_n = a \times r^{n-1}$ است.

توجه کنید:

طبق گفته‌های بالا، شکل بازگشتی دنباله‌ی هندسی به صورت $a_{n+1} = a_n \times r$ و با معلوم بودن a_1 است.

نمونه‌ی دیگر:

دنباله‌ی $\dots, \sqrt{۶}, ۲\sqrt{۳}, ۲\sqrt{۶}$ هندسی است، زیرا نسبت جملات یکسان است:

$$\frac{۲\sqrt{۳}}{۲\sqrt{۶}} = \frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۶}} = \frac{۱}{\sqrt{۲}}, \quad \frac{\sqrt{۶}}{۲\sqrt{۳}} = \frac{۱}{۲} \times \frac{\sqrt{۶}}{\sqrt{۳}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \xrightarrow{\frac{1}{\sqrt{۲}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}} r = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

پس جمله‌ی عمومی به صورت $a_n = ۲\sqrt{۶} \times \left(\frac{\sqrt{۲}}{۲}\right)^{n-1}$ خواهد بود.

تیب سوالات

در دنباله‌ی بازگشتی: $a_1 = -۲$ و $a_n = ۳a_{n-1}$ برای $n \geq ۲$ ، اختلاف جملات سوم و پنجم آن کدام است؟

۱۶ 4

۳۴ 3

۷۲ 2

۱۴۴ 1

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

پاسخ ✓

در یک دنباله هندسی $a_1 a_2 a_3 = 27$ است. مقدار $a_5 a_9$ کدام است؟

۱۸ ④

۹ ③

۴/۵ ②

۳ ①

پاسخ ✓

به یک کارگر پیشنهاد داده شده دستمزد ساعت اول کار ۱۰۰۰ تومان باشد و هر ساعت ۲۰ درصد به دستمزد او اضافه شود. دستمزد کارگر در ساعت پنجم کدام است؟

۱۹۸۶/۳ ④

۲۰۱۶/۴ ③

۲۰۷۳/۶ ②

۲۱۰۴/۸ ①

پاسخ ✓

اگر جمله اول یک دنباله هندسی را دو برابر و قدرنسبت آن را نصف کنیم، جمله چهارم چند برابر می شود؟

۸ ④

 $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{4}$ ②

۴ ①

پاسخ ✓

دنباله های هندسی با قدرنسبت طبیعی و بزرگ تر از یک که شامل پنج جمله هستند را در نظر بگیرید. چه تعداد از این نوع دنباله ها می توان یافت که جملات آن عضو مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 100\}$ باشند؟ (ریاضی ۱۴۰۱)

۶ ④

۴ ③

۳ ②

۷ ①

پاسخ ✓

جمله ی چندم دنباله ی $\frac{1}{128 \times 1024}, \frac{2}{3}, \frac{6}{12}, \frac{2}{48}, \frac{6}{192}, \dots$ برابر $\frac{1}{128 \times 1024}$ است؟

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

1 دوازدهم

2 یازدهم

3 دهم

4 نهم

پاسخ ✓

ایستگاه ۲: برقی خواص

1) اگر عددهای a, b, c سه جمله‌ی متوالی از یک دنباله‌ی هندسی باشند، آنگاه:

$$b = \pm\sqrt{ac} \quad \text{یا} \quad b^2 = ac$$

عدد b را «میانگین یا واسطه هندسی» بین a و c گوئیم. (باید a و c هم‌علامت باشند!) **دلیل:**

$$r = \frac{b}{a} = \frac{c}{b} \rightarrow b^2 = ac \Rightarrow b = \pm\sqrt{ac}$$

توجه: نمایش مناسب جملات متوالی در دنباله‌ی هندسی: $\frac{a}{r}, a, ar$ 2) اگر دو جمله‌ی دلخواه a_m و a_n از یک دنباله‌ی هندسی معلوم باشند، آنگاه:

$$r^{m-n} = \frac{a_m}{a_n}$$

نتیجه:وقتی بخواهیم بین دو عدد a و b تعداد n واسطه‌ی هندسی درج کنیم: ($a_1 = a$ و $a_{n+1} = b$)قدرنسبت از رابطه‌ی $r^{n+1} = \frac{b}{a}$ محاسبه می‌شود.3) اگر $m+n = r+s$ ، آنگاه در هر دنباله‌ی هندسی رابطه‌ی $a_m \times a_n = a_r \times a_s$ برقرار است.**بویژه:**اگر $2m = r+s$ ، آنگاه نتیجه می‌گیریم:

$$(a_m)^2 = a_r \times a_s$$

چند نمونه:

الف) اگر جملات دوم و هشتم دنباله‌ی هندسی به ترتیب ۸ و ۲ باشند:

$$r^{8-2} = \frac{a_8}{a_2} = \frac{2}{8} \rightarrow r^6 = \frac{1}{4} \Rightarrow r = \pm\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{6}} = \pm\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$\rightarrow r = \pm\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}} = \pm\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$$

ب) در درج‌نه عدد مثبت بین عددهای ۳ و ۳۰۷۲ برای تشکیل دنباله‌ی هندسی:

$$r^{9+1} = \frac{3072}{3} \rightarrow r^{10} = 1024 = 2^{10} \Rightarrow r = 2$$

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

سپس جملات را می‌توان توسط r نوشت.

(روش عادی: $a_1 = 3$ و $a_{11} = 3072$ ، سپس تعیین r توسط تقسیم)

تیپ سوالات

اگر $x+1$ ، $x-1$ ، $2x+1$ و x به ترتیب جملات چهارم، پنجم، هفتم و هشتم یک دنباله هندسی باشند، حاصل ضرب مقادیر ممکن برای قدر نسبت این دنباله کدام است؟ (نوبت ۲- ریاضی ۱۴۰۳)

④ -۲

③ ۲

② ۱

① -۱

پاسخ

جمله‌ی چهارم دنباله‌ی هندسی $\sqrt{5}$ ، $\sqrt[3]{5}$ ، $\sqrt[4]{5}$ ، ... کدام است؟

④ $\sqrt[9]{5}$

③ $\sqrt[12]{5}$

② $\sqrt[25]{5}$

① $\sqrt[25]{5}$

پاسخ

اگر واسطه‌ی حسابی ۱۱ و -۵ برابر x و واسطه‌ی هندسی ۳ و y برابر ۱۲ باشد به طوری که x, a, b, c, y دنباله‌ی هندسی باشد، مقدار b کدام است؟

④ -۱۲

③ ± 24

② ± 12

① ۱۲

پاسخ

با ضرب سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی هندسی به ترتیب در ۴، ۸ و ۱۶، یک دنباله‌ی حسابی حاصل می‌شود. اگر مجموع مربعات سه جمله‌ی هندسی برابر مجموع جملات حسابی باشد، جمله‌ی اول هندسی کدام است؟ (نوبت ۱- ریاضی ۱۴۰۲)

④ $\frac{48}{5}$

③ $\frac{24}{5}$

② $\frac{64}{7}$

① $\frac{32}{7}$

پاسخ

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

بین دو عدد مثبت a و b ، هفت واسطه‌ی هندسی قرار داده و یک دنباله‌ی صعودی ساخته‌ایم. اگر دومین و ششمین واسطه به ترتیب ۲ و ۳۲ باشند، جمله‌ی پنجم دنباله کدام است؟

۴ ④

۸ ③

۱۶ ②

۲ ①

پاسخ ✓

ایستگاه ۳: نکات پایانی

۱) دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول a و قدر نسبت r :

الف) حالت $a > 0$:

- اگر $r > 1$ باشد، دنباله صعودی است. مانند $1, 3, 9, \dots$
- اگر $0 < r < 1$ باشد، دنباله نزولی است. مانند $9, 3, 1, \dots$

ب) حالت $a < 0$:

- اگر $r > 1$ باشد، دنباله نزولی است. مانند $-1, -3, -9, \dots$
- اگر $0 < r < 1$ باشد، دنباله صعودی است. مانند $-9, -3, -1, \dots$

پ) در حالتی که r منفی باشد، بدون توجه به مقدار a ، جملات دنباله یک در میان مثبت و منفی هستند؛ مانند:

$2, -4, 8, -16, \dots$

در این حالت، دنباله‌ی هندسی صعودی یا نزولی نیست. (دنباله «نوسانی» است.)

(توجه: در سؤالات، معمولاً فقط با حالت الف روبه‌رو می‌شویم.)

۲) قدر نسبت r در دنباله‌ی هندسی نمی‌تواند صفر شود.

حالت خاص $r = 1$ فقط وقتی رخ می‌دهد که همه‌ی جملات دنباله برابر باشند. (دنباله‌ی ثابت)

دنباله‌ی ثابت، تنها دنباله‌ای است که هم حسابی (با: $d = 0$) و هم هندسی (با: $r = 1$) است.

حالت ویژه:

دنباله‌ی ثابت: $0, 0, 0, \dots$ حسابی با $a = d = 0$ است، ولی هندسی محسوب نمی‌شود؛ چون نسبت جملات در آن بی‌معنی است.

تیب سؤالات

کدام یک از دنباله‌های اعداد حقیقی زیر، همواره تشکیل یک دنباله هندسی می‌دهد؟ (نوبت ۲- ریاضی ۱۴۰۴)

۱, a , a^2 , ... ④

a^2 , a , ۱, ... ③

a , ۱, $\frac{1}{a}$, ... ②

a , a^2 , a^3 , ... ①

پاسخ ✓

در یک دنباله‌ی هندسی نزولی، مجموع جملات پنجم و ششم برابر ۲ و تفاضل جملات پنجم و هفتم برابر ۱ است. جمله‌ی هفتم کدام است؟

$\frac{1}{3}$ ④

۳ ③

۷ ②

$\frac{1}{7}$ ①

پاسخ ✓

در چند مورد زیر، دنباله‌ی هندسی معرفی شده الزاماً افزایشی (صعودی) است؟

الف) $a_3 = 16$ و $a_7 = 256$

ب) $a_3 = -3$ و $r = \frac{1}{5}$

ت) $a_4 a_5 = 64$

پ) $a_2 a_3 = 10$ و $a_4 a_5 = 160$ و $a_6 = 128$

۰ ④

۱ ③

۲ ②

۳ ①

پاسخ ✓

سؤالات ترکیبی:

نمونه‌هایی دیگر از سؤالاتی که به صورت ترکیب دنباله‌های حسابی و هندسی طرح می‌شوند.

سه عدد تشکیل دنباله‌ی حسابی می‌دهند. از جمله‌ی اول ۱، از جمله‌ی دوم ۲ و از جمله‌ی سوم عدد ۳ را کم می‌کنیم. اگر

اعداد حاصل تشکیل دنباله هندسی دهند، قدر نسبت دنباله‌ی حسابی کدام است؟

نمونه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

1 $\sqrt{2}$

2 1

3 2

4 $2\sqrt{2}$

پاسخ ✓

تفاضل واسطه‌های حسابی و هندسی دو عدد a و b برابر صفر شده است. حاصل عبارت $\frac{a^2 - 3ab}{b^2 + 3ab}$ کدام است؟

1 $\frac{2}{3}$ 2 $\frac{1}{2}$ 3 $-\frac{1}{2}$ 4 $-\frac{2}{3}$

پاسخ ✓

اگر a, b, c سه جمله نخست و متمایز یک دنباله حسابی بوده و $c, \frac{1}{4}a, \frac{1}{4}b$ سه جمله نخست یک دنباله هندسی باشند، دو برابر قدر نسبت دنباله هندسی کدام است؟ (نوبت ۲- تجربی ۱۴۰۴)

1 -2

2 2

3 1

4 -1

پاسخ ✓

تمرین تست (0)



۱- در یک دنباله‌ی هندسی با جملات مثبت، جمله‌ی پنجم ۴۸ و حاصل ضرب جملات دوم و چهارم برابر ۱۴۴ است. جمله‌ی هشتم دنباله کدام است؟

1 ۱۹۶

2 ۳۴۴

3 ۳۸۴

4 ۴۲۴

۲- در یک دنباله‌ی هندسی، اگر مجموع جمله‌های دوم، سوم و چهارم برابر با ۳ و مجموع جمله‌های پنجم، ششم و هفتم برابر با ۲۴۳ باشد، جمله‌ی شانزدهم چند برابر جمله‌ی هفتم است؟

1 3^7 2 3^9 3 3^{12} 4 3^{27}

۳- حاصل ضرب سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی هندسی برابر ۸ و جمع آن‌ها برابر $\frac{62}{5}$ است. عدد کوچک‌تر کدام است؟

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

① $\frac{1}{5}$

② $\frac{2}{5}$

③ ۱

④ ۲

۴- در یک دنباله هندسی، جمله سوم جذر جمله چهارم و جمله پنجم برابر ۲۷ است. جمله اول دنباله چقدر از $\frac{1}{p}$ کمتر است؟
(نوبت ۲- تجربی ۱۴۰۳)

① $\frac{5}{2}$

② $\frac{3}{2}$

③ $\frac{1}{3}$

④ $\frac{1}{6}$

۵- نرخ رشد تولید سالانه‌ی کارخانه‌ای که امسال شروع به فعالیت کرده، برابر با ۲ درصد است و در پایان سال جاری تولید کارخانه x واحد کالا خواهد بود. در پایان سال هشتم، تولید کارخانه چند واحد است؟

① $(0.02)^y x$

② $(0.02)^x$

③ $(1.02)^y x$

④ $(1.02)^x$

۶- دنباله‌ی هندسی $\dots, \frac{1}{4\sqrt{2}}, \frac{1}{8}$ چند جمله‌ی کمتر از ۴ دارد؟

① ۴

② ۵

③ ۱۰

④ ۱۱

۷- در یک دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول ۷، به همگی جملات عدد ۳ را اضافه می‌کنیم و دنباله‌ی جدید همچنان هندسی است. مجموع صد جمله‌ی اول کدام است؟

① ۱۰۰۰

② 7^{50}

③ ۷۰۰

④ ۹۹۳

۸- اعداد 2^a و $4\sqrt{2}$ و 2^b سه جمله متوالی در یک دنباله‌ی هندسی‌اند. واسطه حسابی بین a و b کدام است؟

① $\frac{2}{5}$

② ۲

③ $\frac{1}{5}$

④ $\sqrt{2}$

۹- اگر a, b, c, d به ترتیب از چپ به راست جملات غیر منفی و متوالی یک دنباله‌ی هندسی باشند و رابطه‌ی:

$$(b-c)^2 + (c-a)^2 + (d-b)^2 = 32$$

برقرار باشد، مقدار $|a-d|$ کدام است؟

① ۲

② $2\sqrt{2}$

③ ۸

④ $4\sqrt{2}$

۱۰- بین دو عدد $\sqrt{2}$ و -8 تعداد چهار واسطه هندسی قرار می‌دهیم. جمله‌ی سوم دنباله کدام است؟

① -4

② $-4\sqrt{2}$

③ $4\sqrt{2}$

④ ۴

۱۱- چند مورد نادرست است؟

- با جمع یا ضرب جملات دنباله‌ی حسابی در یک عدد، دنباله‌ی حسابی با همان قدرنسبت حاصل می‌شود.
- اگر تمام جملات دنباله‌ی هندسی به توان ۲ برسند، یک دنباله‌ی هندسی حاصل می‌شود.
- اگر تمام جملات دنباله‌ی حسابی به توان ۲ برسند، یک دنباله‌ی حسابی یا هندسی حاصل می‌شود.
- دنباله‌ی وجود دارد که هم حسابی و هم هندسی باشد.

① ۱

② ۲

③ ۳

④ ۴

۱۲- در یک دنباله حسابی، جملات سوم، هفتم و نهم، سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی اند. چندمین جمله این دنباله حسابی صفر است؟

۱۲ ④

۱۱ ③

۱۰ ②

۹ ①

۱۳- در دنباله حسابی a_n ، اگر عدد c را به جملات چهارم، ششم و دهم اضافه کنیم، به ترتیب جملات سوم، چهارم و پنجم یک دنباله هندسی حاصل می شود. کدام مورد درست است؟

$a-d=-c$ ④

$a+d=-c$ ③

$a-d=c$ ②

$a+d=c$ ①

۱۴- سه عدد تشکیل دنباله حسابی می دهند. از جمله اول ۱، از جمله دوم ۲ و از جمله سوم عدد ۳ را کم می کنیم. اگر اعداد حاصل تشکیل دنباله هندسی دهند، قدر نسبت دنباله حسابی کدام است؟

$2\sqrt{2}$ ④

۲ ③

۱ ②

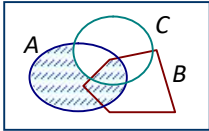
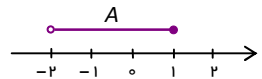
$\sqrt{2}$ ①



«بررسی نمونه‌هایی پیشرفته‌تر و برقی نکات تکمیلی این مبحث با هدف گذاری درصد ۱۰۰ در آزمون‌ها»

ADVANCED

با هدف یادگیری عمیق‌تر و پیشرفت بیشتر، این بخش را دنبال کنید...



اگر $C = [-1, 2]$ ، $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq 3 - 2x < 5\}$ داشته باشیم:

بخش رنگی شکل مقابل برابر کدام مجموعه است؟

- ② $(-2, 1]$
④ $(-2, 1] - \{-1\}$

- ① $(-2, -1]$
③ $(-2, -1)$

پاسخ ✓

اگر a و b اعدادی طبیعی باشند که $\mathbb{Q}' \cup \mathbb{Q} = (-\infty, 5] \cup [a-3, +\infty) = \mathbb{Q}' \cup \mathbb{Q}$ و بعلاوه، بازه $(\frac{b+3}{2}, 4]$ شامل چهار عدد

طبیعی باشد، بیشترین مقدار $a+b$ کدام است؟

④ ۲۰

③ ۲۵

② ۲۱

① ۲۳

پاسخ ✓

دو بازه $A = (-\infty, \frac{m}{3})$ و $B = (1 - \frac{m}{2}, m^2 - 2)$ مفروض‌اند. اگر $A \cap B$ شامل تنها یک عدد صحیح باشد، در B

حداکثر چند عدد صحیح وجود دارد؟

④ ۱۱

③ ۱۰

② ۸

① ۷

پاسخ ✓

❖ اگر $U = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ مجموعه‌ی مرجع، $A = \{5, 10, 15, \dots, 100\}$ و $B = \{3, 6, 9, \dots, 99\}$ باشند، متمم مجموعه‌ی $U - (A \cup B)$ چند عضو دارد؟

۴۱ ④

۴۷ ③

۵۳ ②

۵۹ ①

پاسخ ✓

❖ اگر $U = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ مرجع، A مجموعه مضرب‌های ۵ و B مجموعه مضرب‌های ۳ باشد، کدام نادرست است؟

$$n(A \cup B) = ۴۷ \quad ②$$

$$n(A \cap B) = ۶ \quad ①$$

$$n(A \cap B') = ۱۶ \quad ④$$

$$n(A' \cap B') = ۵۳ \quad ③$$

پاسخ ✓

❖ اگر $n(B') = ۲n(A) + n(A' \cap B')$ باشد، کدام مورد صحیح است؟

$$A \cap B \neq \emptyset \quad ④$$

$$A = B = \emptyset \quad ③$$

$$B = \emptyset \quad ②$$

$$A = \emptyset \quad ①$$

پاسخ ✓

ایستگاه ۱: فواید از متمم

◆ رابطه‌ی $A \subseteq B$ با رابطه‌ی زیر معادل است:

$$B' \subseteq A'$$

◆ برای دو مجموعه، شرط $A \cap B = \emptyset$ با دو وضعیت زیر معادل است:

$$B \subseteq A' \quad \text{و} \quad A \subseteq B'$$

◆ دو حالت خیلی خاص زیر ممکن است مورد نیاز شوند:

چون همیشه A و A' از هم جدا هستند، روابط $A \subseteq A'$ یا $A' \subseteq A$ فقط وقتی برقرار هستند که

مجموعه‌ی سمت چپ تهی باشد. پس:

$$A \subseteq A' \Rightarrow A = \emptyset, A' = U \quad \text{و} \quad A' \subseteq A \Rightarrow A' = \emptyset, A = U$$

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

(درستی دو مورد اول را در نمودار ون نشان دهید!)

تیب سوالات

❖ مجموعه‌ای ناتهی و متناهی و B مجموعه‌ای نامتناهی تحت شرط $(A' \cup B) \subseteq B$ هستند. کدام مجموعه الزاماً متناهی است؟

- 1 B' 2 $B - A$ 3 $A' \cup B$ 4 $A' - B$

پاسخ ✓

❖ اگر $A \subseteq B'$ باشد، ساده شده‌ی عبارت $B' - (A - B)'$ برابر کدام مجموعه است؟

- 1 A 2 B 3 B' 4 A'

پاسخ ✓

❖ برای مجموعه‌های A و B می‌دانیم $A \cap B' \subseteq A' \cup B$ ؛ کدام همواره درست است؟

- 1 $A = U$ 2 $A \subseteq B$ 3 $B = \emptyset$ 4 $B \subseteq A$

پاسخ ✓

در سؤالات دشوار، دو تکنیک زیر، تشخیص روابط بین مجموعه‌ها را به یک کار نسبتاً ساده تبدیل می‌کنند.

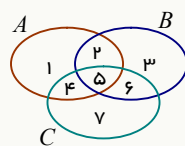
ایستگاه ۲: تکنیک‌های عددی

تکنیک ۱:

گاهی در عبارت سؤال و گزینه‌ها، نماد متمم (پریم) وجود ندارد.

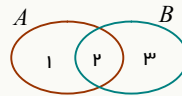
در این حالت چنین عمل می‌کنیم:

- بر حسب تعداد مجموعه‌های موجود در سؤال، یکی از شکل‌های زیر را رسم کرده و نواحی مختلف را به



وقتی با سه مجموعه مواجه هستیم

دلخواه شماره‌گذاری می‌کنیم:



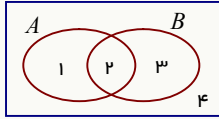
وقتی با دو مجموعه مواجه هستیم

- اکنون کافی است عبارت داده شده در تست را بر حسب شماره‌ها تعیین کرده و با گزینه‌ها مقایسه کنیم.

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

تکنیک ۲:



گاهی در عبارت سؤال و یا در گزینه‌ها، نماد مکتوم (پریم) هم دیده می‌شود. تنها تفاوت نسبت به تکنیک (۱) در این است که باید مجموعه‌ی مرجع را هم رسم کرده و ناحیه‌ی خارج مجموعه‌ها را هم شماره‌گذاری کنیم. شکل مربوطه:

تیب سوالات

اگر A و B دو مجموعه باشند، حاصل $(A \cup B) - B$ کدام است؟

$A - B$ ④

$A \cap B$ ③

B ②

A ①

پاسخ ✓

اگر $A \cup B' = U$ باشد، آنگاه کدام نادرست است؟

$A' \cap B = \emptyset$ ④

$A \cap B' = \emptyset$ ③

$B \subseteq A$ ②

$A' \subseteq B'$ ①

پاسخ ✓

ساده شده‌ی عبارت $(A' \cap B) \cup [((B \cap A) - B') \cap (B \cup A)]$ کدام است؟ (نوبت ۲- ریاضی ۱۴۰۴)

A ④

B ③

$B - A$ ②

$A - B$ ①

پاسخ ✓

چند تست قوی از الگو و دنباله‌ها:

به یاد داشته باشید:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

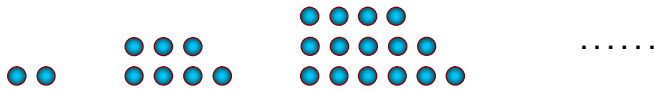
توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

دو نتیجه‌ی زیر هم از آن وجود دارد:

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n+1) \quad \text{و} \quad 1 + 3 + 5 + \dots + 2n - 1 = n^2$$

در الگوی مقابل، تعداد نقطه‌ها در شکل دهم کدام است؟



۱۳۰ ①

۱۳۵ ②

۱۵۵ ③

۱۵۰ ④

پاسخ

در دنباله‌ی مقابل، حاصل ضرب دو جمله‌ی متوالی ۲۴۶ است.

مجموع این دو جمله کدام است؟

$$a_n = \begin{cases} \sqrt{n} & n \text{ مضرب } 3 \text{ باشد.} \\ \frac{n}{3} & n \text{ مضرب } 3 \text{ نباشد.} \end{cases}$$

 $\frac{105}{3}$ ④

 $\frac{111}{3}$ ③

 $\frac{109}{3}$ ②

 $\frac{107}{3}$ ①
پاسخ

در الگوی درجه دوم $r_n = an^2 + bn + c$ ، دومین جمله برابر ۵ و اولین جمله، نصف جمله‌ی سوم است. اگر a و b

عددهایی صحیح و $|b| < 10$ باشد، جمله‌ی پنجم کدام می‌تواند باشد؟

۵ ④

۱۵ ③

-۱۰ ②

-۲۰ ①

پاسخ

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

❓ اعداد طبیعی فرد را به طریقی دسته بندی می کنیم که تعداد جملات هر دسته برابر شماره ی آن دسته باشد:

$$(1), (3, 5), (7, 9, 11), \dots$$

مجموع دو جمله ی اول و آخر دسته ی سی ام کدام است؟

1850 ④

1800 ③

1750 ②

1700 ①

پاسخ ✓

❓ جملات یک دنباله ی حسابی با ترتیب زیر دسته بندی شده است:

$$(-3, 1), (5, 9, 13, 17), (21, 25, 29, 33, 37, 41), \dots$$

جمله ی سوم از دسته ی پانزدهم کدام است؟

841 ④

845 ③

791 ②

795 ①

پاسخ ✓

❓ a^x , $4a$ و $6a-1$ جملات متوالی یک دنباله ی حسابی هستند. اگر جمله ی اول این دنباله برابر $3-2a$ و جمله ی نهم برابر

$$a^x + 2a - b$$
 باشد، مقدار b کدام است؟ ($a > 0$)

10 ④

9 ③

8 ②

7 ①

پاسخ ✓

❓ دنباله ی هندسی $(\frac{1}{5})^{k^2-1}, \dots, \frac{1}{5}, \frac{1}{125}$ چند جمله دارد؟ (k زوج است).

$3k$ ④

$\frac{k}{2}$ ③

$\frac{k^2}{2}$ ②

$3k^2$ ①

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

پاسخ ✓

بین دو عدد ۱۱ و ۵۷ تعداد ۱۱۱ جمله درج شده تا یک دنباله‌ی حسابی حاصل شود. جمله‌ی وسط کدام است؟

$$\frac{68}{112} \quad 4$$

$$23 \quad 3$$

$$34 \quad 2$$

$$\frac{46}{112} \quad 1$$

پاسخ ✓

یک تپ فاص:

جملات مشترک دو دنباله حسابی (با قدرنسبت‌های d_1 و d_2)، خود دنباله‌ای حسابی تشکیل می‌دهند. جمله‌ی اول با نگاه به آن دو دنباله معلوم می‌شود و قدرنسبت برابر $[d_1, d_2]$ (ک.م.م) است.

در دنباله‌های حسابی $3, 7, 11, \dots$ و $a_n = -5 + 6n$ ، اگر دنباله‌ی جملات مشترک را b_n بگیریم، حاصل $b_5 + b_1$ برابر کدام است؟

$$180 \quad 4$$

$$170 \quad 3$$

$$160 \quad 2$$

$$150 \quad 1$$

پاسخ ✓

ایستگاه ۳: فاصیت دنباله درجه ۲

اگر در الگوی $t_n = an^2 + bn + c$ ، حاصل $t_{n+1} - t_n$ را ساده کنید، یک عبارت درجه اول خواهد شد. بنابراین:

اختلاف جملات متوالی دنباله‌ی درجه دوم: $(t_3 - t_1), (t_4 - t_2), \dots$ یک دنباله‌ی حسابی است.

بعلاوه:

به آسانی می‌توان دید که قدرنسبت دنباله حسابی برابر $2a$ (ضریب n^2 در فرمول t_n) است.

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

تیب سوالات

❖ جمله ی دهم الگوی خطی $1, 3, \dots$ با جمله ی چندم الگوی درجه دوم $0, 1, 1, 1, 14, \dots$ برابر است؟

- ۱ ۹ ۲ ۸ ۳ ۷ ۴ ۶

پاسخ ✓

❖ جملات اول و سوم یک دنباله ی حسابی به ترتیب جملات چهارم و هفتم دنباله ی درجه دوم $0, 15, 10, 7, \dots$ هستند. جمله ی هفتم دنباله ی حسابی کدام است؟

- ۱ ۱۲۱ ۲ ۱۴۴ ۳ ۹۹ ۴ ۱۱۹

پاسخ ✓

❖ اگر $4-c, b, a+4, \dots$ دنباله ای هندسی و جمله ی دهم دنباله ی درجه دوم $0, a, a+b, a+b+c, \dots$ برابر 207 باشد، مقدار a کدام است؟

- ۱ ۹ ۲ ۱۱ ۳ ۷ ۴ ۱۲

پاسخ ✓

ایستگاه ۴: تغییر جملات

برخی تغییرات جملات: (دنباله مسابی)

با جمع یا تفریق یک عدد با تمام جملات دنباله ی حسابی، قدرنسبت تغییر نمی کند؛ ولی اگر جملات در عددی ضرب یا بر آن تقسیم شوند، قدرنسبت نیز همان تغییر را خواهد داشت.

بعلاوه؛

با سایر تغییرات مانند توان رسانی جملات و ... معمولاً دنباله از شکل حسابی خارج خواهد شد.

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

برخی تغییرات جملات: (دنباله هندسی)

اگر تمام جملات دنباله‌ی هندسی در عددی ضرب یا بر آن تقسیم شوند، قدرنسبت تغییر نمی‌کند؛ ولی اگر جملات را به توان یک عدد برسانیم، قدرنسبت نیز به همان توان خواهد رسید.
بعلاوه؛

با سایر تغییرات مانند جمع یا تفریق جملات با یک عدد و... معمولاً دنباله از شکل هندسی خارج خواهد شد.

برای نمونه؛

۱) در دنباله‌ی حسابی a, b, c, \dots با قدرنسبت d :

الف) دنباله‌ی $a+2, b+2, c+2, \dots$ حسابی با همان قدرنسبت d است.

ب) دنباله‌ی $\frac{a}{p}, \frac{b}{p}, \frac{c}{p}, \dots$ حسابی با قدرنسبت $\frac{d}{p}$ است.

پ) دنباله‌های $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}, \dots$ و a^3, b^3, c^3, \dots هیچ کدام حسابی نیستند. (مگر در حالت خاص برابر بودن جملات)

۲) دنباله‌ی هندسی a, b, c, \dots با قدرنسبت $r \neq 1$ را در نظر بگیرید.

الف) دنباله‌ی $\frac{a}{p}, \frac{b}{p}, \frac{c}{p}, \dots$ هندسی با همان قدرنسبت r است، دنباله‌ی $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}, \dots$ هندسی با قدرنسبت $\frac{1}{r}$ است و

دنباله‌ی a^3, b^3, c^3, \dots هندسی با قدرنسبت r^3 است.

ب) دنباله‌ی $a+1, b+1, c+1, \dots$ هندسی نیست. (مگر در حالت خاص برابر بودن جملات)

توجه کنید: (مهم)

در هر سؤال مربوط به دو نکته‌ی قبل، می‌توانید یک مثال ساده بزنید و با اعمال تغییرات گفته شده، خواص دنباله‌ی جدید را تشخیص دهید.

سؤال: اگر جملات دو دنباله حسابی با قدرنسبت‌های ۲ و ۳ را نظیر به نظیر جمع کنیم، چگونه دنباله‌ای و با چه ویژگی‌هایی خواهیم داشت؟

تیب سوالات

❖ در یک دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول ۳، از هر جمله پنج واحد کم شده و حاصل باز هم دنباله‌ای هندسی است. مجموع صد جمله‌ی اول دنباله‌ی جدید کدام است؟

۵۰۰ ④

-۵۰۰ ③

-۳۰۰ ②

-۲۰۰ ①

پاسخ

اگر جملات یک دنباله هندسی با قدرنسبت r را نصف کنید، دنباله‌ای حسابی با قدرنسبت d خواهید داشت. مقدار $r+d$ کدام است؟ (نوبت ۲- کنکور ۱۴۰۲)

④ $\frac{1}{2}$

③ $\sqrt{2}$

② ۱

① ۰

پاسخ



ویژه‌ی داوطلبان سرآمد

۱- حاصل عبارت $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots + 98^2 - 99^2 + 100^2$ کدام است؟

④ ۵۰۰۰

③ ۵۰۵۰

② ۴۵۵۰

① ۴۵۰۰

۲- در یک دنباله $a_1 = 1$ و همواره رابطه‌ی $a_{n+1} = a_n + 2$ برقرار است. مجموع n جمله‌ی اول این دنباله کدام است؟

④ $(2n+1)^2$

③ $(2n-1)^2$

② $2n^2$

① n^2

۳- در دنباله‌ای هندسی $a_1 a_2 \dots a_5 = 1$ و $a_1 + a_2 + \dots + a_5 = 5$ است. حاصل عبارت $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_5}$ کدام است؟

④ ۵

③ ۲۵

② $\frac{5}{2}$

① ۱

۴- اگر $A = [2n-1, 3n-2]$ و $B = [-1, 2]$ دو مجموعه‌ی جدا از هم باشند، n چند مقدار طبیعی را نمی‌تواند اختیار کند؟

④ ۱

③ ۲

② ۳

① ۴

۵- مجموع دو عدد ۱۵۰ و واسطه‌ی هندسی آن دو ۲۱ است. عدد کوچک‌تر کدام است؟

④ ۳

③ ۳۳

② ۵۴

① ۱۰۸

۶- اعداد طبیعی فرد را طوری دسته‌بندی می‌کنیم که عدد آخر هر دسته مضرب پنج باشد. عدد اول دسته پنجاهم کدام است؟

$\{1, 3, 5\}$, $\{7, 9, 11, 13, 15\}$, $\{17, 19, 21, 23, 25\}$, ...

④ ۴۶۷

③ ۴۷۷

② ۴۹۷

① ۴۸۷

۷- زاویه‌های یک پنج‌ضلعی، دنباله‌ای حسابی تشکیل می‌دهند. اگر اندازه‌ی کوچک‌ترین زاویه‌ی آن برابر با 28° باشد، اندازه‌ی بزرگ‌ترین زاویه کدام است؟

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

۶۸° ④

۱۰۸° ③

۱۸۸° ②

۱۴۸° ①

۸- درباره‌ی دنباله‌ی حسابی a_1, a_2, \dots, a_k می‌دانیم:

$$a_4 + a_7 + a_{10} = 17 \quad \text{و} \quad a_4 + a_5 + \dots + a_{14} = 77$$

اگر $a_k = 13$ باشد، مقدار k کدام است؟

۲۲ ④

۲۰ ③

۱۸ ②

۱۶ ①

۹- در جملات دو دنباله‌ی حسابی $5, 8, 11, \dots$ و $2, 6, 10, \dots$ تعدادی عدد دو رقمی مشترک وجود دارد. بزرگ‌ترین آن‌ها کدام است؟

۹۴ ④

۹۲ ③

۹۸ ②

۸۸ ①

۱۰- اگر $A_n = (-\frac{1}{n^2}, n^2)$ داشته باشیم: $\bigcup_{n=0}^2 A_n - \bigcap_{n=0}^2 A_n = (-1, a] \cup [0, b)$ ، مقدار $b - a$ کدام است؟

توضیح: منظور از $\bigcup_{n=0}^k A_n$ اجتماع مجموعه‌های A_0 تا A_k است.

$\frac{17}{4}$ ④

$\frac{13}{4}$ ③

$\frac{9}{4}$ ②

$\frac{3}{4}$ ①

۱۱- در یک مدرسه با ۵۰ دانش‌آموز، ۲۵ دانش‌آموز در مسابقات ورزشی و ۳۰ دانش‌آموز در مسابقات هنری شرکت کرده‌اند. حداکثر تعداد دانش‌آموزهایی که می‌توانند در هر دو مسابقه شرکت کرده باشند، چند برابر حداکثر تعداد دانش‌آموزهایی است که می‌توانند فقط در یک مسابقه شرکت کرده باشند؟

$\frac{9}{10}$ ④

$\frac{2}{3}$ ③

$\frac{5}{9}$ ②

$\frac{1}{10}$ ①

۱۲- اگر اضلاع مثلث قائم الزاویه‌ای تشکیل دنباله‌ی هندسی بدهند و قدر نسبت بزرگ‌تر از یک باشد، قدر نسبت کدام است؟

$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ④

$\sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}$ ③

$\sqrt{\frac{\sqrt{5}+1}{2}}$ ②

$\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ ①

۱۳- اگر $(A - B) - C = \emptyset$ باشد، آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

$A \subseteq (B \cap C)$ ④

$A \subseteq C$ ③

$A \subseteq (B \cup C)$ ②

$A \subseteq B$ ①

۱۴- U مجموعه‌ی مرجع و $A - (B - C) = (A - B) - C$ است. ساده شده‌ی $B \cap (A \cap C)'$ کدام است؟

U ④

$A - C$ ③

B ②

\emptyset ①

۱۵- فرض کنید $U = A \cup B$ مجموعه‌ی مرجع و $C = (A - B) \cup (B - A)$. اگر $((A' - B)' \cap C)' = B$ ، کدام عبارت درست است؟ (ریاضی ۱۴۰۰)

$A = B$ ④

$A \subseteq B$ ③

$A \cap B = \emptyset$ ②

$B \subseteq A$ ①

لیست کامل مجموعه‌های آموزشی

ریاضی تیزهوشان	متوسطه اول (عادی)	دوره ابتدایی (عادی)
ریاضی تیزهوشان ششم	جزوه ریاضی هفتم	جزوه ریاضی پنجم
ریاضی تیزهوشان هفتم	جزوه ریاضی هشتم	جزوه ریاضی ششم
ریاضی تیزهوشان هشتم	جزوه ریاضی نهم	
ریاضی تیزهوشان نهم		

استعداد تحلیلی (ششم به هفتم)	استعداد تحلیلی (نهم به دهم)
جزوه هوش کلامی (ادبی)	جزوه هوش غیرکلامی (تصویری)
جزوه هوش غیرکلامی (تصویری)	جزوه هوش ریاضی و محاسبات
جزوه هوش ریاضی - منطقی و سرعتی	جزوه هوش منطقی و استدلال (شامل تحلیل متن)

متوسطه دوم (تجربی: کنگوری)	متوسطه دوم (تجربی: تشریحی)
جزوه کنکور ریاضی دهم	جزوه تشریحی ریاضی دهم
جزوه کنکور ریاضی یازدهم	جزوه تشریحی ریاضی یازدهم
جزوه کنکور ریاضی دوازدهم	جزوه تشریحی ریاضی دوازدهم
جزوه جامع کنکور تجربی	

متوسطه دوم (ریاضی: کنگوری)	متوسطه دوم (ریاضی: تشریحی)
جزوه کنکور ریاضی دهم	جزوه تشریحی ریاضی دهم
جزوه کنکور مسابان (۱)	جزوه تشریحی هندسه (۱)
جزوه کنکور آمار و احتمال	جزوه تشریحی هندسه (۲)
جزوه کنکور هندسه (۲)	جزوه تشریحی مسابان (۱)
جزوه کنکور مسابان (۲)	جزوه تشریحی آمار و احتمال
جزوه کنکور ریاضیات گسسته	جزوه تشریحی ریاضیات گسسته
جزوه کنکور هندسه (۳)	جزوه تشریحی هندسه (۳)
جزوه جامع کنکور ریاضی	جزوه تشریحی مسابان (۲)

رشته انسانی
جزوه ریاضی و آمار پایه دهم (تشریحی + کنکور در یک مجموعه، البته تفکیک شده)
جزوه ریاضی و آمار پایه یازدهم (تشریحی + کنکور در یک مجموعه، البته تفکیک شده)
جزوه ریاضی و آمار پایه دوازدهم (تشریحی + کنکور در یک مجموعه، البته تفکیک شده)

ما متمرکز بر ارتقای کیفیت آموزش هستیم.

سپاس از توجهتان



۰۹۳۵ ۶۰۰ ۸۴۵۴
 ۰۹۲۰ ۶۰۰ ۸۴۵۴