



آموزش مفہوم ریاضے

درسنامہ:

ریاضے ہشتم

Dr. Ali Reza Nooreddiny
PhD in pure mathematics



۰۹۳۵ ۶۰۰ ۸۴۵۴
۰۹۲۰ ۶۰۰ ۸۴۵۴



گروه علمی درس آموز

مرجع تخصصی تولید محتوای آموزشی

«ریاضیات» & «هوش و استعداد تحلیلی»

«اهداف مجموعه ما»

ثبت بهترین سابقه تحصیلی و عملکرد برای دانش آموزان کشور (نهایی ۲۰)



کسب رتبه‌های برتر کنکور و ورودی سمپاد و نمونه

در ۴ سطح و زمینه گوناگون:

آموزش مفهومی کتاب و آمادگی نهایی؛

آموزش نکته و تست پیشرفته کنکور؛

آموزش ریاضیات تیزهوشان؛

۵:

آموزش هوش و استعداد تحلیلی

(لیست کامل در انتهای فایل)

Up to date

درس آموز؛ (منحصر به فرد)



محتوای جامع آموزش

(درسنامه دقیق + مثال‌های فراوان و متنوع)



پوشش کامل محتوای کتاب

(شامل مثال‌ها، فعالیت‌ها و تمرینات برگزیده)



تمرینات پوششی

(طرح انواع سؤالات ممکن نهایی بخش به بخش + پاسخ‌نامه)



سؤالات چالشی

(طرح شده به صورت جداگانه ویژه علاقمندان)



پوشش و بررسی آخرین آزمون‌های نهایی

Up to date



۲

عددهای اول

۳۱

بررسی عددهای اول و مرکب، شمارنده
عددها، ب.م.م اعداد، تعیین اول یا مرکب
بودن و روش غربال، تمرینات پایانی

۱

عددهای صمیع و گویا

۲

عددهای صحیح و محاسبات، معرفی و
نمایش عددهای گویا، محاسبات جمع،
تفریق، ضرب و تقسیم، تمرینات پایانی

۵

بردار و مقلصات

۱۰۱

یادآوری بردار و مقلصات، نمایش و
برآیند بردارها، بردارهای واحد، ضرب
اسکالر بردارها، تمرینات پایانی

۴

عبارت جبری و معادله

۷۷

معرفی متغیر و عبارت جبری، محاسبه
مقدار عبارت، تجزیه عبارت جبری، معادله
و روش حل، تمرینات پایانی

۳

هند ضلعیها

۱۴۷

چند ضلعی و تقارن، توازی و تعامد،
بررسی چهار ضلعیها، خواص زوایای
داخلی و خارجی، تمرینات پایانی

۷

توان و جذر

۱۱۴۰

یادآوری مفهوم توان و محاسبات، تقسیم
عددهای توان دار، جذر و برخی خواص آن،
محاسبه و تخمین جذر، تمرینات پایانی

۶

مثلث و هم نهشتی

۱۱۹

مثلث قائم الزاویه و رابطه فیثاغورس،
مفهوم هم نهشتی شکلها، بررسی هم-
نهشت بودن مثلثها، تمرینات پایانی

۹

دایره

۱۹۰

مفاهیم مقدماتی دایره، معرفی زوایای
مرکزی و برخی خواص، معرفی زوایای
محاطی و برخی خواص، تمرینات پایانی

۸

آمار و احتمال

۱۴۵

مقدمات علم آمار، معرفی و محاسبه
میانگین، تعیین حالات مطلوب و اندازه-
گیری شانس، تمرینات پایانی





اعداد صحیح و گویا

صفحه	فهرست
۳	▪ عددهای صحیح
۱۲	▪ عددهای گویا
۱۹	▪ مقایسه با اعداد گویا
۲۹	▪ پاسخ فعالیت‌های پای تخته



1
عددهای صحیح

در این بخش عددهای صحیح و محاسبات با آن‌ها مرور می‌شود.

یادآوری:

عددهای ۱، ۲، ۳، ۴ و ... را «**طبیعی**» گویند. اگر به آن‌ها، قرینه‌هایشان و همچنین عدد صفر را بیفزاییم، تمام «**عددهای صحیح**» به صورت زیر تشکیل خواهند شد:

...، -۴، -۳، -۲، -۱، ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ...

توجه کنید:

عددهای صحیح را به دو روش می‌توان روی محور اعداد نمایش داد:

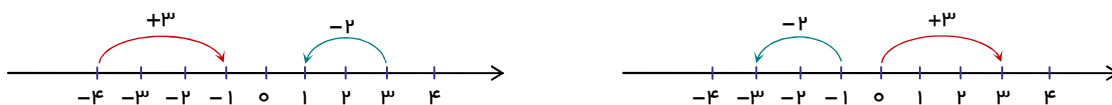
❖ **نقاط روی محور:**

عدد صفر را روی محور به عنوان «**مبدأ**» در نظر گرفته؛ عددهای مثبت در سمت راست و عددهای منفی در سمت چپ آن روی محور قرار می‌گیرند:



❖ **حرکت روی محور:**

نقطه‌ی شروع را هر جا خواستید قرار دهید. سپس:
اگر عدد مثبت باشد، به اندازه‌ی آن به سمت راست و اگر عدد منفی باشد، به اندازه‌ی آن به سمت چپ حرکت خواهیم کرد. برای نمونه:
عددهای $+3$ و -2 را به دو روش مختلف روی محور نشان می‌دهیم:



بعلاوه:

به موارد ساده‌ی اشاره می‌کنیم: (برای درک بهتر، از محور کمک بگیرید.)

- عدد ۱ کوچک‌ترین عدد طبیعی است، ولی بزرگ‌ترین عدد طبیعی وجود ندارد.
- در بین عددهای صحیح، کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عدد وجود ندارد.
- عددهای صحیح منفی عبارتند از:

...، -۴، -۳، -۲، -۱

در نتیجه:

بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی برابر -1 است.

- عددهای صحیح نامنفی عبارتند از:



۰, ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ...

بنابراین:

کوچک‌ترین عدد صحیح مثبت برابر ۱ و کوچک‌ترین عدد صحیح نامنفی برابر صفر است.

مثال: (مشابه کتاب) در سه مورد زیر، عددهای خواسته شده را نوشته و بزرگ‌ترین عدد بین آن‌ها را مشخص کنید.

الف) عددهای صحیح بین -۴ و ۳ . ب) عددهای صحیح بزرگ‌تر از -۵ .

پ) عددهای صحیح کوچک‌تر از ۲ .



الف) با توجه به محور، این عددها به آسانی نوشته می‌شوند:

$۲, ۱, ۰, -۱, -۲, -۳$

واضح است که بزرگ‌ترین عدد بین آن‌ها $+۲$ است.

ب) مانند قبل، عددها به صورت $۰, +۱, ۰, -۱, -۲, -۳, -۴$ نوشته می‌شوند. چون عددها بیشتر و بیشتر شده و تمام نمی‌شوند، بزرگ‌ترین عدد وجود ندارد.

قسمت (پ) بر عهده‌ی دانش‌آموزان است.



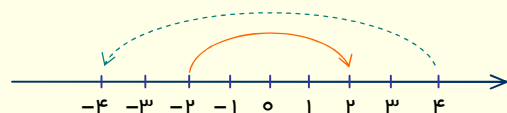
توجه کنید:

چنان‌که در بالاتر هم این کار انجام شده، معمولاً برای سادگی، علامت مثبت کنار عدد را نمی‌نویسیم. برای نمونه، $+۹$ را به صورت ساده‌تر ۹ می‌نویسیم. بنابراین:

عددی که علامت ندارد، در واقع علامت آن مثبت است.

قرینه اعداد:

برای قرینه کردن یک عدد صحیح، آن را نسبت به مبدأ (نقطه‌ی صفر) روی محور قرینه می‌کنیم. مانند قرینه‌سازی $+۴$ و -۲ در شکل زیر:



عددهای قرینه:

طبق شکل:

قرینه‌ی -۲ عدد $+۲$ و همین‌طور قرینه‌ی $+۴$ عدد -۴ است. این مطلب را چنین می‌نویسیم:

(بخوانید: قرینه‌ی عدد -۲ برابر ۲ است.) $-(-۲) = +۲$ و $-(+۴) = -۴$

پای تخته

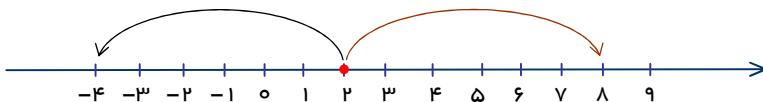
۱. قرینه‌ی عددهای -۴ و $+۳$ را تعیین کرده و هر یک را به صورت حرکت‌هایی روی محور نشان دهید.



مثال: قرینه‌ی عدد -۴ نسبت به $+۲$ برابر عدد است.

پاسخ

با نگاه به محور:



چون از -۴ تا $+۲$ باید شش واحد حرکت کنیم، برای تعیین قرینه هم شش واحد حرکت کرده‌ایم؛
جواب $+۸$ است.



جمع و تفریق:

روش این نوع محاسبات را یادآوری می‌کنیم:

▪ در صورتی که لازم باشد، قرینه‌یابی را انجام دهید. مانند:

$$+۱۴ - (-۸) = ۱۴ + ۸$$

▪ اگر دو عدد هم علامت باشند، آن‌ها را با هم جمع کرده و علامت مشترک را برای آن قرار دهید. نمونه‌ها:

$$-۲۱ - ۹ = -۳۰ \quad \text{و} \quad ۱۴ + ۸ = ۲۲$$

▪ اگر علامت‌های دو عدد مخالف باشند، دو عدد را از هم کم کرده و سپس علامت عدد با ظاهر بزرگ‌تر را برای جواب قرار خواهیم داد. نمونه‌ها:

$$+۹ - ۲۲ = -۱۳ \quad \text{و} \quad -۱۴ + ۲۳ = ۹$$

توجه: وقتی چندین جمع یا تفریق داریم، محاسبات را دو به دو، از چپ به راست انجام می‌دهیم.

مثال: حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

(الف) $-۱۲ - (-۱۸) - ۶$ (ب) $-۷۱ + ۱۳۸ - ۱۹ - ۴۴$

پاسخ

الف) ابتدا قرینه‌ی پای و سپس جمع و تفریق:

$$-۱۲ - (-۱۸) - ۶ = \underbrace{-۱۲ + ۱۸} - ۶ = +۶ - ۶ = ۰$$

ب) مشابه مورد قبل، محاسبات را از چپ به راست انجام می‌دهیم:



$$\underbrace{-71+138}_{-71+138} - 19 - 44 = \underbrace{+67-19}_{+67-19} - 44 = 48 - 44 = 4$$



پای تخته

۲. حاصل عبارت زیر را مشخص کنید:

$$+ 44 - (-95) - (+38)$$



جواب: +۱۰۱

مثال: (از کتاب) در جاهای خالی علامت «+» یا «-» را طوری قرار دهید که حاصل عبارت زیر، بزرگ‌ترین مقدار ممکن شود:

$$- 5 \quad \square \quad (-6) \quad \square \quad (+3) \quad \square \quad (-9) =$$

پاسخ

علامت - ۵ معلوم است، مربع‌ها را با علامتی پر می‌کنیم که هر سه عدد بعدی مثبت شده و بیشترین مقدار حاصل گردد:

$$- 5 \quad \square \quad (-6) \quad \square \quad (+3) \quad \square \quad (-9) = -5 + 6 + 3 + 9 = 13$$



برای ضرب عددهای مثبت و منفی، قاعده‌ی زیر را به کار می‌بریم:

ضرب علامت‌ها:

هنگام ضرب دو عدد صحیح، علامت جواب چنین تعیین می‌شود:

- اگر هر دو مثبت یا هر دو منفی باشند، علامت جواب هم مثبت است:
- $(-)\times(-) \Rightarrow (+)$ و $(+)\times(+) \Rightarrow (+)$
- اگر یکی از دو عدد مثبت و دیگری منفی باشد، علامت جواب منفی است:
- $(+)\times(-) \Rightarrow (-)$

توجه کنید:

- ❖ قاعده‌ی بالا در مورد علامت تقسیم عددها نیز درست است.
- ❖ در محاسبات ترکیبی، رعایت اولویت (ترتیب) لازم است. یعنی:
- محاسبات را از چپ به راست انجام دهید.
- ابتدا داخل پرانتز، سپس ضرب یا تقسیم، در پایان جمع یا تفریق.

برای نمونه:

در دو محاسبه‌ی زیر، اولی نادرست و دومی درست است. (چرا؟)

$$12 \div 6 \times 2 = 12 \div 12 = 1$$





$$۱۲ \div ۶ \times ۲ = ۲ \times ۲ = ۴$$

مثال: حاصل عبارت‌های زیر را با رعایت ترتیب مراحل به دست آورید.

(الف) $[-۵ \times (+۱۲)] \div (-۶)$ (ب) $[-۱۰ \div (-۲)] \times (-۲ - ۶) - (-۵۰)$

پاسخ ✓

الف) ابتدا محاسبه‌ی عبارت داخل پرانتزها را انجام می‌دهیم:

$$[-۵ \times (+۱۲)] \div (-۶) = -۶۰ \div (-۶) = + (۶۰ \div ۶) = ۱۰$$

ب) کاملاً مشابه قسمت قبل:

$$[-۱۰ \div (-۲)] \times (-۲ - ۶) - (-۵۰) = +۵ \times (-۸) - (-۵۰) = -۴۰ - (-۵۰) \\ = -۴۰ + ۵۰ = +۱۰$$



مثال: یک ملخ در نقطه -۶ بوده و با هر پرش ۴ واحد به سمت راست می‌پرد. پس از ۸ پرش در چه نقطه‌ای است؟

پاسخ ✓

چون شروع عدد -۶ بوده و به اندازه‌ی ۸×۴ در جهت مثبت حرکت کرده است:

$$-۶ + (۸ \times ۴) = -۶ + ۳۲ = +۲۶$$

پس نقطه‌ی پایان پرش‌های ملخ ۲۶ خواهد بود.



پای تخته

۳. حاصل عبارت زیر را مشخص کنید:

$$[-۲۴ \div (\frac{-۱۶}{-۳})] \times (-۸) \div (-۴) - (-۶)$$



جواب: صفر

توجه کنید:

اولویت توان رسانی و جذر، قبل از ضرب یا تقسیم است.

مثال: حاصل عبارت زیر را با رعایت ترتیب مراحل به دست آورده و جواب را قرینه کنید.

$$۵ - ۵ \times ۴^2 + \sqrt{۸۱} \div ۳$$

پاسخ ✓

داریم: $\sqrt{۸۱} = ۹$. با رعایت ترتیب می‌نویسیم:



$$5 - 5 \times 4^2 + \sqrt{81} \div 3 = 5 - 5 \times 16 + 9 \div 3 = 5 - 80 + 3 = -75 + 3 = -72$$

بنابراین قدرینگی جواب برابر $72 = -(-72)$ است.



مثال: حاصل هر عبارت را به دست آورید:

(ب) $7 - 5(3 \times 2^2 \div 6 + 1)$

(الف) $(-24) \div [5 - (+13)]$

پاسخ ✓

با رعایت ترتیب می‌نویسیم:

$$(-24) \div [5 - (+13)] = (-24) \div [-8] = +3$$

= 5-13

(الف)

$$7 - 5(3 \times 4 \div 6 + 1) = 7 - 5(12 \div 6 + 1) = 7 - 5(2 + 1) = 7 - 5(3) = 7 - 15 = -8$$

(ب)



گاهی می‌توان با رعایت اولویت‌ها، محاسبات را به ترتیبی انجام داد تا ساده‌تر به جواب رسید. نمونه‌هایی ببینید:

مثال: (از کتاب) در انجام محاسبات زیر، خوب دقت کرده و با دسته‌بندی مناسب، راه ساده‌ای پیدا کنید.

(ب) $-32 - 21 + 12 + 3 \times 7$

(الف) $-40 + 35 + 80 - 17 - 40$

پاسخ ✓

(الف) اگر بختش؛ $-40 + 80 - 40$ را با هم در نظر بگیریم، حاصل آن صفر شده و چوای آسان حاصل می‌شود:

$$+ 35 - 17 = 18$$

$$\begin{matrix} \uparrow & & \uparrow \\ -40 & & +80 \end{matrix}$$

(ب) مشابه مورد قبل:

$$-32 - 21 + 12 + 3 \times 7 = -20 + 0 = -20$$

$$\begin{matrix} \downarrow & & \downarrow \\ -32 & & +12 \end{matrix}$$



مثال: (از کتاب) یکی از ریاضی‌دانان بزرگ در کودکی جمع عددهای 1 تا 100 را به روشی ابتکاری محاسبه کرد:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100 =$$

$$\begin{matrix} \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 98 & 99 & 100 \end{matrix}$$

(ب) حاصل جمع هر جفت عدد چند است؟

(الف) چند جفت عدد با هم جمع شده‌اند؟

(پ) حاصل عبارت چقدر می‌شود؟

پاسخ ✓

(الف) و **(ب)** کل اعداد 100 تا و در نتیجه $\frac{100}{2} = 50$ جفت هستند و جمع هر جفت عدد 101 است:

$$1 + 100 = 2 + 99 = 3 + 98 = \dots = 101$$

(پ) با توجه به دو قسمت قبل، حاصل برابر است با:

$$50 \times 101 = 5050$$



مثال: برای محاسبات در هر مورد زیر، روش ساده و مناسبی ارائه دهید:

الف) $1 + 2 + 3 + \dots + 49 + 50$ (ب)

الف) $-2 + 4 - 6 + 8 - 10 + 12$

پ) $21 + 22 + 23 + \dots + 40$

پاسخ

الف) با انتخاب مناسب عددها در کنار هم:

$$\underbrace{-2 + 4 - 6 + 8 - 10 + 12}_{= 6} = +2 + 2 + 2 = 6$$

ب) مشابه مثال قبل:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 49 + 50$$



جمع هر جفت عدد ۵۱ است و چون تعدادشان $\frac{50}{2} = 25$ است، مجموع می‌شود:

$$25 \times 51 = 1275$$

$$10 \times 61 = 610$$

پ) مانند قسمت قبل، ده جفت عدد داریم که جمع هر جفت ۶۱ است، پس:



پاسخ دهید (۱)

۱- مقادیر خواسته شده را در صورت وجود بنویسید.

الف) بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی

ب) کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی دو رقمی

پ) کوچک‌ترین عدد صحیح نامنفی

۲- برای هر یک از جمع و تفریق‌های زیر، یک محور با حرکت‌های متناظر آن رسم کرده و سپس حاصل را بنویسید:

الف) $-9 - (-6) =$

ب) $(-8) + (+4) + (+2) =$

۳- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید:

الف) $(-9 - 12) - (+14 - 15)$

ب) $(-25 + 25) + (0 + 35) - 35$

پ) $(-87 + 47) + [-15 + (-10)]$

۴- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید:

الف) $[(-16) \times (-4)] \div (-8)$

ب) $[-5 \times (+12)] \div (-6)$

پ) $[-10 \div (-2)] \times (-2 - 6) + (-3)$

ت) $-15 + [35 \div (-7)]$

۵- حاصل عبارت مقابل را تعیین کنید.



$$\frac{-36 \div 9 + (-16)}{-2 + 3[4 + (-10)]} =$$

۶- حاصل عبارتهای زیر را بنویسید:

الف) $(15-1)(15-2)(15-3) \times \dots \times (15-15) =$

ب) $(-8+5)(-8+6) \times \dots \times (-8+11) =$

۷- مجموع اعداد صحیح بین ۱۰۰- و ۱۰۰ را حساب کنید.

۸- مجموع اعداد صحیح منفی بین ۱۱- و ۱۰ را بیابید.

۹- مجموع اعداد صحیح فرد بین ۱۵۰- و ۱۵۰ را حساب کنید.

منتخب کتاب:

۱ عددهای خواسته شده را بنویسید:

الف) عددهای صحیح بین ۳ و ۵-

ب) عددهای صحیح بزرگتر از ۳-

ب) عددهای صحیح کوچکتر از ۴-

۲ حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید:

الف) $-8 + 6 - 12 + 14 - 20 + 22 =$

ب) $-8 + 7 - 6 + 8 - 7 + 6 =$

پ) $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 =$

ت) $3 - (2 - (1 - 7)) - 1 =$

ث) $-8 - 4 \div 2 =$

۳ هر یک از عبارتهای زیر چه عددی را نشان می دهد؟

الف) بزرگترین عدد صحیح منفی

ب) کوچکترین عدد طبیعی

پ) کوچکترین عدد صحیح مثبت

ت) کوچکترین عدد زوج طبیعی

ث) کوچکترین عدد فرد طبیعی دو رقمی

ج) بزرگترین عدد زوج طبیعی سه رقمی

۴ حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید:

الف) $\begin{cases} 7 - 12 = \\ 0/7 - 1/2 = \end{cases}$

ب) $\begin{cases} -9 + 3 = \\ -0/9 + 0/3 = \end{cases}$

پ) $\begin{cases} -25 + 75 = \\ -0/25 + 0/75 = \end{cases}$

بین این تساویها، چه رابطه ای می بینید؟

۵ حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید:

الف) $12/8 - 15/4 =$

ب) $-25 + 7/2 =$

پ) $-4/1 - 3/7 =$

۶ جدول مقابل را طوری کامل کنید که جمع عددهای هر ردیف با جمع

عددهای هر ستون و هر قطر یکسان باشد.

-۸		
	-۲	-۶
		۴



چالش (ویژه علاقمندان)

عدد $(-(-17))$ را ۲۰۲۵ بار قرینه کرده و آن را a می‌نامیم. قرینه‌ی عدد ۲۳ - نسبت به a - را حساب کنید.



عددهای گویا

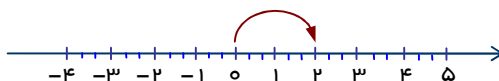
۲

در این بخش، کسرها و محاسبات با آن‌ها مرور می‌شود؛ کسرهایی که صورت و مخرج آن‌ها عددهایی صحیح هستند. نمونه‌ی زیر را ببینید:

مثال: عددهای $\frac{6}{3}$ و $1\frac{2}{3}$ را روی محور اعداد نمایش دهید.

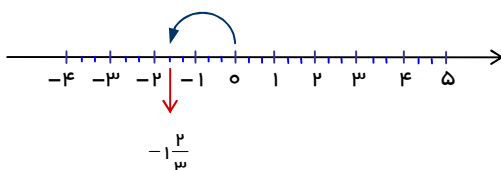
پاسخ

باید هر واحد روی محور را به ۳ قسمت برابر تقسیم کنیم. سپس برای نمایش عدد $\frac{6}{3}$ روی محور؛ با شروع از مبدأ، به اندازه‌ی شش قسمت کوچک روی محور حرکت می‌کنیم؛



چنان‌که انتظار داشتیم، جایگاه عدد $\frac{6}{3}$ همان عدد ۲ است.

در مورد عدد $1\frac{2}{3}$ ، چون عدد منفی است، حرکت به سمت چپ محور انجام می‌گیرد؛



می‌بینید:

نمایش دیگر عدد $1\frac{2}{3}$ به صورت $-\frac{5}{3}$ است.



پای تخته

۴. عددهای $-\frac{15}{4}$ و $2\frac{3}{4}$ را روی محور اعداد نمایش دهید.



توجه کنید:

الف) چنان‌که دیدیم، کسر $\frac{6}{3}$ همان عدد ۲ است. در کل، هر عدد صحیح دیگری را نیز می‌توان به صورت یک کسر (با مخرج یک) نوشت. نمونه‌هایی ببینید:

$$-3 = \frac{-3}{1} \quad \text{و} \quad 4 = \frac{4}{1}$$

ب) عددهای مخلوط را می‌توان به صورت کسر نوشت، و برعکس.

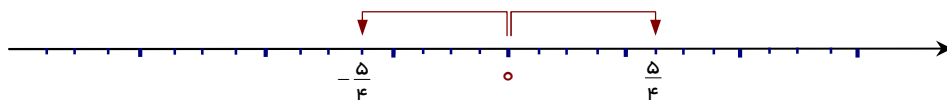
مانند نمونه‌های زیر:

$$2\frac{1}{4} = \frac{2 \times 4 + 1}{4} = \frac{9}{4} \quad \text{و} \quad \frac{11}{3} \xrightarrow{11 \div 3} = 3\frac{2}{3}$$

مثال: قرینه‌ی عددهای $\frac{5}{4}$ و $2\frac{3}{5}$ را به صورت عددهای کسری بنویسید.

پاسخ ✓

قرینه‌سازی عددهای گویا مشابه همین کار در مورد عددهای صحیح انجام می‌شود:



می‌پینید:

قرینه‌ی $\frac{5}{4}$ برابر $-\frac{5}{4}$ است، پس می‌نویسیم: $-(\frac{5}{4}) = -\frac{5}{4}$. (قرینه‌ی $-\frac{5}{4}$ نیز $\frac{5}{4}$ است، یعنی: $-(-\frac{5}{4}) = \frac{5}{4}$.)

در مورد عدد $2\frac{3}{5}$ ، ابتدا آن را به یک کسر تبدیل کرده و سپس قرینه را مشابه بالا می‌نویسیم:

$$-2\frac{3}{5} = -\frac{2 \times 5 + 3}{5} = -\frac{13}{5} \Rightarrow -(-\frac{13}{5}) = \frac{13}{5}$$

قرینه‌ی عدد $2\frac{3}{5}$ برابر کسر $\frac{13}{5}$ است.



برای مقایسه‌ی عددها می‌توانید از محور کمک بگیرید.

مثال: کدام یک از عددهای زیر در محدوده‌ی $-7 \geq x > -6$ قرار دارد؟

$$-\frac{35}{5}, \quad -\frac{30}{5}, \quad -\frac{29}{5}, \quad -7\frac{1}{7}$$

پاسخ ✓

اگر عددها را به صورت مخلوط بنویسیم، تشخیص جواب به راحتی انجام خواهد شد:

$$-\frac{35}{5} = -7, \quad -\frac{30}{5} = -6, \quad -\frac{29}{5} = -5\frac{4}{5}, \quad -7\frac{1}{7}$$

می‌پینید که فقط عدد -7 را می‌توان جای x قرار داد تا نامساوی درست شود:

$$-6 > -7 \geq -7$$



مثال: (از کتاب) عددهای مقابل را در نظر بگیرید:

$$\frac{17}{7}, \frac{1}{15}, -1\frac{2}{5}, -\frac{3}{5}, -\frac{25}{6}, +\frac{35}{7}, -3\frac{1}{17}, -7\frac{2}{10}$$

(الف) عدد بین ۰ و ۱ قرار دارد.

(ب) عددهای و از -4 کوچک‌تر هستند.

(پ) عددهای و بین -4 و -3 قرار دارند.

(ت) عددهای و از ۲ بزرگ‌تر هستند.

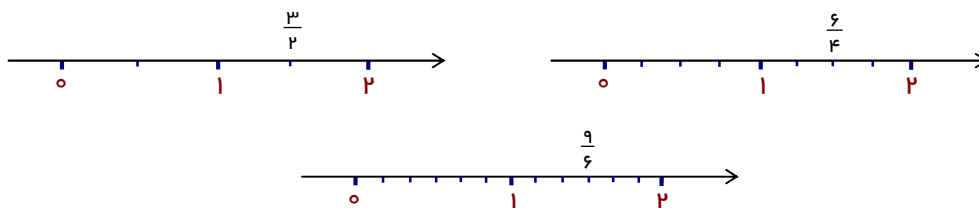
پاسخ ✓

الف) $\frac{1}{15}$ ب) $-\frac{1}{6} = -\frac{25}{6}$ و $-\frac{2}{10}$ پ) $-\frac{3}{5}$ و $-\frac{1}{17}$ ت) $\frac{3}{7} = \frac{17}{7}$ و $\frac{5}{7}$



مطلب مهمی را با آوردن یک نمونه بیان می‌کنیم:

مثال: به نمایش عددهای $\frac{3}{2}$ ، $\frac{6}{4}$ و $\frac{9}{6}$ روی محور نگاه کنید:



می‌بینید:

هر سه کسر جای یکسانی روی محور داشته و در نتیجه برابرند: $\frac{3}{2} = \frac{6}{4} = \frac{9}{6}$



نتیجه:

اگر صورت و مخرج کسر را در عددی ضرب کنید، کسری برابر آن خواهیم داشت. نمونه‌ی دیگر:

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \times 2}{5 \times 2} = \frac{2 \times 3}{5 \times 3} = \frac{2 \times 4}{5 \times 4} = \dots \Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{6}{15} = \frac{8}{20} = \dots$$

اگر کسرها را از راست به چپ نگاه کنید، در هر کدام، صورت و مخرج بر یک عدد تقسیم شده‌اند تا $\frac{2}{5}$ حاصل شود:

$$\frac{4}{10} = \frac{4 \div 2}{10 \div 2} = \frac{2}{5} \quad \text{و} \quad \frac{6}{15} = \frac{6 \div 3}{15 \div 3} = \frac{2}{5} \quad \text{و} \quad \dots$$

بنابراین:

می‌توان صورت و مخرج کسر را در یک عدد یکسان ضرب یا بر آن تقسیم کرد.

بویژه:

هر کسر بی‌شمار نمایش مختلف دارد.

مثال: (مشابه کتاب) در هر مورد، مقدار x را حساب کنید.

الف) $\frac{2}{7} = \frac{x}{35}$

ب) $-\frac{63}{28} = -\frac{9}{x}$

پاسخ ✓

الف) با توجه به این که مخرج در ۵ ضرب شده، در نتیجه:

$$x = 2 \times 5 = 10$$

ب) جواب ۴ است. (چرا؟)





نمایش کسر با مخرج‌های متفاوت، کاربردهای فراوان دارد؛ چند مورد را می‌آوریم.

☆ **مثال:** الف) عددهای $\frac{1}{2}$ و $\frac{4}{5}$ را مقایسه کنید.

ب) عددهای $\frac{2}{5}$ و $\frac{3}{7}$ و همچنین قرینه‌های آنها را مقایسه کنید.

پاسخ ✓

عددها را به صورت کسر با مخرج یکسان نوشته و مقایسه می‌کنیم.

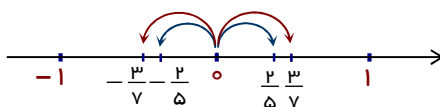
الف) عدد اعشاری به صورت: $\frac{2}{5} = \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$ است. اکنون:

$$\frac{4}{5} < \frac{6}{5} \Rightarrow \frac{4}{5} < \frac{1}{2}$$

ب) تبدیل با مخرج‌های یکسان:

$$\frac{3}{7} = \frac{3 \times 5}{7 \times 5} = \frac{15}{35} \quad , \quad \frac{2}{5} = \frac{2 \times 7}{5 \times 7} = \frac{14}{35}$$

پس: $\frac{2}{5} < \frac{3}{7}$ است. در قرینه‌ها، نامساوی برعکس می‌شود:



$$-\frac{3}{7} < -\frac{2}{5}$$



☆ **مثال:** بین عددهای $\frac{2}{5}$ و $\frac{2}{7}$ چهار کسر بنویسید.

پاسخ ✓

عددها با مخرج یکسان به صورت $\frac{10}{35}$ و $\frac{14}{35}$ هستند. پس سه کسر بین آنها نوشته می‌شود:

$$\frac{2}{7} = \frac{10}{35} < \frac{11}{35} < \frac{12}{35} < \frac{13}{35} < \frac{14}{35} = \frac{2}{5}$$

برای نوشتن کسرهای پیشتر، مخرج‌ها را بزرگ‌تر می‌نویسیم:

$$\frac{2}{7} = \frac{10}{35} = \frac{20}{70} \quad , \quad \frac{2}{5} = \frac{14}{35} = \frac{28}{70}$$

اکنون می‌توان حتی هفت کسر: $\frac{21}{70}$ ، $\frac{22}{70}$ ، $\frac{23}{70}$ و ... و $\frac{27}{70}$ بین آنها نوشت.



نتیجه:

بین هر دو کسر، بی‌شمار کسر دیگر وجود دارد.

سؤال: (از کتاب) توضیح دهید چگونه بین هر دو عدد کسری، می‌توانیم کسرهای بی‌شماری بنویسیم؟

پاسخ ✓

مانند مثال قبل، هر قدر کسر را با مخرج‌های یکسان و بزرگ‌تر بنویسیم، صورت‌ها بزرگ‌تر شده و اختلاف آنها بیشتر می‌شود.



در نتیجه عددهای پیشتری بین آن‌ها نوشته می‌شود.

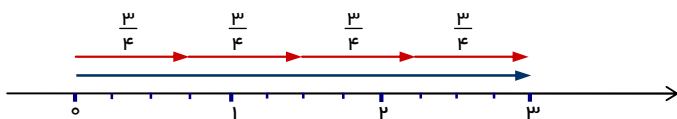


مورد بعد نشان می‌دهد که کسر، همان تقسیم صورت بر مخرج است.

مثال: الف) توسط محور نشان دهید حاصل تقسیم $3 \div 4$ ، همان کسر $\frac{3}{4}$ است.

ب) طبق قسمت قبل، تساوی $\frac{-2}{5} = -\frac{2}{5}$ را نتیجه بگیرید.

پاسخ ✓



الف) بردار 3 را به چهار قسمت برابر تقسیم می‌

کنیم؛ می‌پیمایید هر کدام $\frac{3}{4}$ است. پس:

$$3 \div 4 = \frac{3}{4}$$

ب) می‌توان نوشت:

$$\frac{-2}{5} = (-2) \div 5 = -(2 \div 5) = -\frac{2}{5}$$



مثال: با توجه به آنچه در مثال قبل دیدیم:

کسرهای $\frac{-2}{-7}$ و $\frac{-3}{-2}$ را به صورت ساده‌تر بنویسید.

پاسخ ✓

چون کسر همان تقسیم است:

$$\frac{-2}{-7} = (-2) \div (-7) \xrightarrow{(-) \div (-) = +} = 2 \div 7 = \frac{2}{7}$$

به روش مشابه $\frac{-3}{-2} = -\frac{3}{2}$ است.



معرفی دقیق‌تر کسرهای عددی:

عدد گویا:

به کسرهایی که صورت و مخرج آن‌ها دو عدد صحیح باشند، عدد گویا گفته می‌شود.

بیان نمادین:

هر عدد گویا به صورت کسر $\frac{a}{b}$ است که در آن a و b دو عدد صحیح هستند. ($b \neq 0$)

توجه:

به چند مورد مربوط به عددهای گویا اشاره می‌کنیم:



الف) عددهای $\frac{-۱۲}{۵}$ و $\frac{۰}{۷}$ ، نمونه‌های دیگری از عددهای گویا هستند؛ ولی چون تقسیم بر ۰ معنی ندارد، عبارت‌هایی مانند $\frac{۲}{۰}$ و $\frac{-۳}{۰}$ معنی نداشته و عدد گویا محسوب نمی‌شوند. بنابراین:

در نمایش کسره‌های گویا به صورت $\frac{a}{b}$ ، حتماً لازم است $b \neq ۰$ باشد.

ب) طبق نمونه‌های $۳ = \frac{۳}{۱}$ و $-۲ = \frac{-۲}{۱}$ و چنان‌که قبلاً هم گفته‌ایم:

هر عدد صحیح، یک عدد گویا هم محسوب می‌شود.

در حالت خاص، اگر صورت کسر صفر شود، کسر برابر صفر است. مانند: $\frac{۰}{۳} = ۰$ و $\frac{۰}{-۲} = ۰$.

پ) برخی عددهای رادیکالی نیز ساده شده و گویا محسوب می‌شوند. مانند: $\sqrt{۹} = ۳$ و $\sqrt{\frac{۲۵}{۹}} = \frac{۵}{۳}$. (بحث دقیق‌تر در پایه‌ی نهم)

پای تخته

۵. کدام عدد زیر عددی گویا نیست؟

$$\sqrt{۸۱}, -۱۲, \sqrt{۲۰}, -\frac{۰}{۵}$$



پاسخ دهید (۲)

۱- روی محور اعداد، نقطه‌های خواسته شده را تعیین کنید:

الف) $A = -۳\frac{۱}{۴}$ ، $B = ۳\frac{۳}{۴}$ ب) $C = ۱\frac{۴}{۵}$ ، $B = -\frac{۳}{۵}$

۲- دور اعداد گویا خط بکشید:

$$-\frac{۱۷}{\sqrt{۹}}, -\sqrt{\frac{۱۳}{۱۳}}, \sqrt{\frac{۴۸}{۳}}, -\frac{\sqrt{۴۸}}{۳}, -\frac{۰}{۷}, ۹\frac{۷}{۸}, ۹۸/۰۶, -۱۳\frac{\sqrt{۲}}{۵}$$

۳- سه کسر مساوی عددهای داده شده بنویسید:

الف) $\frac{۶}{۱۰} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$ ب) $-\frac{۵}{۳} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

۴- چهار عدد گویا بین $\frac{۱}{۳}$ و $\frac{۱}{۷}$ بنویسید.

۵- عددهای زیر را به صورت درست در خانه‌های خالی جدول قرار دهید.



$$\frac{1}{15}, \frac{17}{7}, -\frac{3}{5}, -7\frac{2}{10}, 2\frac{7}{10}, -1\frac{2}{5}, -\frac{25}{6}, 3\frac{5}{7}$$

$x < -3$	$-3 < x < -2$	$-2 < x < -1$	$-1 < x < 0$	$0 < x < 1$	$1 < x < 2$	$x > 2$

(توجه: منظور از $x < -3$ «تمام عددهای کمتر از -3»، منظور از $-1 < x < 0$ «تمام عددهای بین -1 و صفر» است و . . .)

منتخب کتاب:

1 عددهای زیر را به ساده‌ترین صورت بنویسید:

الف) $-\frac{3}{5}$ ب) $-\left(\frac{14}{-19}\right)$ پ) $-(-\frac{5}{8})$ ت) $-\left(\frac{-5}{-13}\right)$



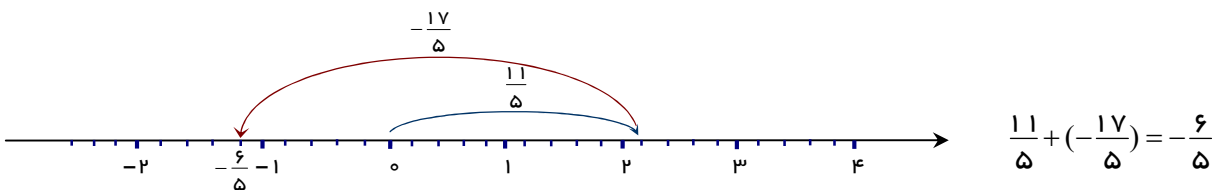
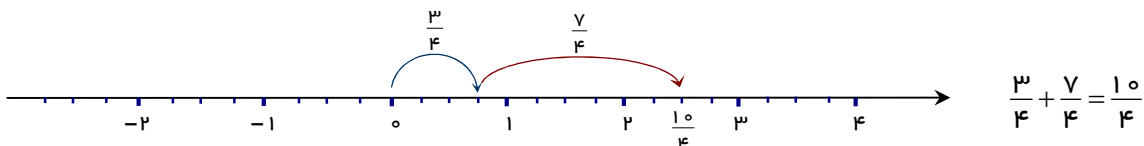
چالش (ویژه علاقمندان)

تعداد عددهای گویا بین $\frac{21}{100}$ و $-\frac{41}{80}$ که مخرجشان ۲۰ باشد را حساب کنید.



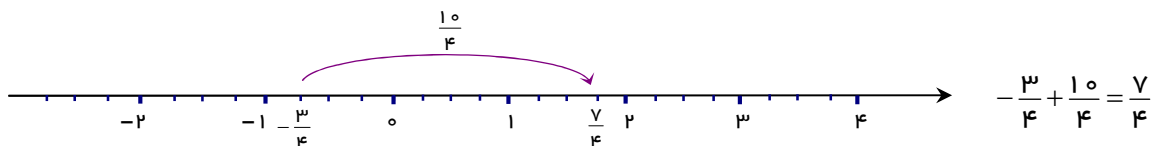
محاسبه با اعداد گویا

ابتدا روش انجام جمع و تفریق عددهای گویا را خواهیم دید. این کار توسط محور به آسانی انجام می‌شود:



البته:

جمع را حتی می‌توان با یک حرکت روی محور هم انجام داد؛ مانند نمونه‌ی زیر:



(دو روش بالا را به زبان ساده برای خود بیان کنید!)

نتیجه:

با توجه به موارد بالا می‌توان گفت وقتی مخرج‌ها یکسان است، کافی است صورت‌ها را جمع کنیم. مانند:

$$\frac{3}{4} + \frac{7}{4} = \frac{3+7}{4} = \frac{10}{4}$$

بعلاوه:

در تفریق مثل همیشه، توسط قرینه‌یابی یک عبارت ساده‌تر خواهیم داشت. مانند نمونه‌هایی زیر:

$$\frac{7}{3} - \left(+\frac{5}{3}\right) = \frac{7}{3} - \frac{5}{3} = \frac{7-5}{3} = \frac{2}{3} \quad \text{و} \quad -\frac{8}{7} - \left(-\frac{15}{7}\right) = -\frac{8}{7} + \frac{15}{7} = \frac{-8+15}{7} = \frac{7}{7} = 1$$

پای تخته

۶. جمع‌های زیر را روی محور اعداد نشان داده و حاصل را بیابید:

الف) $-\frac{3}{4} + \frac{11}{4}$ ب) $\frac{5}{3} - \left(-\frac{2}{3}\right)$



جواب: الف: ۲، ب: $\frac{13}{3}$



روش کلی:

هنگام جمع، در صورتی که مخرج‌ها یکسان نباشند:

- ابتدا مخرج‌ها را با استفاده از مخرج کسر دیگر، یکسان می‌کنیم.
- سپس مانند قبل، محاسبات انجام می‌شوند.

برای نمونه:

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} + \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{8}{12} + \frac{9}{12} = \frac{8+9}{12} = \frac{17}{12}$$

توجه کنید:

بهترین مخرج مشترک دو کسر، ک.م.م بین عددهای مخرج‌ها است.

مثال: محاسبات زیر را انجام دهید:

$$\frac{7}{4} - \left(-\frac{13}{4}\right) \quad \text{الف)} \quad \frac{8}{12} - \left(+\frac{12}{16}\right) \quad \text{ب)}$$

پاسخ

الف) مخرج‌ها یکسان هستند و پناپذیرین:

$$-\frac{7}{4} - \left(-\frac{13}{4}\right) = -\frac{7}{4} + \frac{13}{4} = \frac{-7+13}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

ب) ک.م.م مخرج‌ها: $48 = [12, 16]$. آن را به عنوان مخرج مشترک به کار می‌گیریم:

$$\begin{aligned} \frac{8}{12} - \left(+\frac{12}{16}\right) &= \frac{8}{12} - \frac{12}{16} = \frac{8 \times 4}{12 \times 4} - \frac{12 \times 3}{16 \times 3} = \frac{32}{48} - \frac{36}{48} = \frac{32-36}{48} \\ &= \frac{-4}{48} = -\frac{1}{12} \end{aligned}$$



با توجه به نمونه‌های قبل و با دقت انجام دهید:

پای تخته

۷. عبارت $3\frac{4}{25} - 2\frac{7}{20}$ را محاسبه کرده و جذر آن را تعیین کنید.



جواب: ۹/۵

تبدیل عدد مخلوط به کسر، توسط جمع عددهای گویا قابل انجام است.

مثال: مانند نمونه‌ی زیر، عددهای مخلوط داده شده را به کسر تبدیل کنید:



$$2\frac{3}{5} = 2 + \frac{3}{5} = \frac{2}{1} + \frac{3}{5} = \frac{10}{5} + \frac{3}{5} = \frac{10+3}{5} = \frac{13}{5}$$

(ب) $-3\frac{1}{4}$

الف) $2\frac{2}{3}$

پاسخ ✓

الف) مشابه نمونه:

$$2 + \frac{2}{3} = \frac{2}{1} + \frac{2}{3} = \frac{6}{3} + \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$$

ب) توجه کنید که در این قسمت، هر دو بخش صحیح ۳ و کسری $\frac{1}{4}$ دارای علامت منفی هستند:

$$-3\frac{1}{4} = -3 + \left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{-12}{4} - \frac{1}{4} = \frac{-12-1}{4} = \frac{-13}{4}$$



نمونه‌ای از محاسبات تقریبی:

مثال: (از کتاب) عددهای زیر را به طور تقریبی به نزدیک‌ترین عدد صحیح گرد کنید و سپس حاصل را بیابید.

$$-1\frac{14}{15} + 2\frac{1}{17} - 3\frac{2}{19}$$

پاسخ ✓

عددهای $1\frac{14}{15}$ و $2\frac{1}{17}$ ، چون مخرج از صورت خیلی بزرگ‌تر است، نزدیک صفر هستند و $3\frac{2}{19}$ به عدد ۳ نزدیک است. پس:

$$-1\frac{14}{15} + 2\frac{1}{17} - 3\frac{2}{19} \cong -2 + 2 - 3 = -3$$



قبل از بیان روش ضرب و تقسیم کسرها، به مطلب مفیدی توجه کنید.

ساده کردن کسر:

در صورتی که صورت و مخرج یک کسر به شکل ضرب عددها باشند، می‌توان عددهای یکسان را با هم ساده کرد.

$$\frac{12 \times 8}{8 \times 7} \text{ مانند ساده کردن کسر}$$

$$\frac{12 \times 8}{8 \times 7} = \frac{12}{7}$$

در واقع:

هر دوی صورت و مخرج بر عددی یکسان تقسیم شده‌اند.

توجه کنید:

در صورتی که مضرب مشترکی در صورت و مخرج دیده نشود، ابتدا صورت و مخرج را تجزیه کرده و سپس عددهای مشترک را ساده می‌کنیم.

مثال: کسره‌های زیر را تا حد ممکن ساده کنید:

$$\text{الف) } \frac{51}{12} \quad \text{ب) } -\frac{156}{169}$$

پاسخ ✓

الف) استفاده از شمارنده‌های صورت و مخرج:

$$\frac{51}{12} = \frac{3 \times 17}{3 \times 4} = \frac{17}{4}$$

ب) با بررسی می‌بینید که عدد ۱۳ شمارنده‌ی هر دو عدد صورت و مخرج است و بنابراین:

$$-\frac{156}{169} = -\frac{12 \times 13}{13 \times 13} = -\frac{12}{13}$$



روش ضرب:

هنگام ضرب دو عدد گویا مراحل زیر انجام می‌شود:

- علامت‌های دو عدد را طبق قانون ضرب علامت‌ها در هم ضرب کنید.
- سپس صورت‌های دو کسر را در هم و مخرج‌ها را نیز در هم ضرب می‌کنیم.

به نمونه‌های بعد توجه کنید:

$$\left(-\frac{3}{5}\right) \times \left(+\frac{7}{4}\right) = -\frac{3 \times 7}{5 \times 4} = -\frac{21}{20} \quad \text{و} \quad \left(-\frac{5}{3}\right) \times \left(-\frac{6}{5}\right) = +\frac{5 \times 6}{3 \times 5} = \frac{6}{3} = 2$$

مثال: حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورده و جواب را ساده کنید:

$$\text{الف) } \left(-\frac{20}{21}\right) \times \left(+\frac{28}{80}\right) \quad \text{ب) } -\frac{3}{5} \times \left[+\frac{4}{7} + \left(-\frac{1}{3}\right)\right]$$

پاسخ ✓

الف) با استفاده از قاعده‌ی قفل:

$$\left(-\frac{20}{21}\right) \times \left(+\frac{28}{80}\right) = -\frac{20}{21} \times \frac{28}{80} = -\frac{20 \times 28}{21 \times 80} = -\frac{1 \times 4}{3 \times 4} = -\frac{1}{3}$$

ب) ابتدا حاصل جمع داخل کروشه را با مخرج مشترک‌گیری تعیین کرده و سپس ضرب را انجام می‌دهیم:

$$\begin{aligned} -\frac{3}{5} \times \left[+\frac{4}{7} + \left(-\frac{1}{3}\right)\right] &= -\frac{3}{5} \times \left(\frac{4}{7} - \frac{1}{3}\right) = -\frac{3}{5} \times \left(\frac{12}{21} - \frac{7}{21}\right) \\ &= -\frac{3}{5} \times \frac{12-7}{21} = -\frac{3}{5} \times \frac{5}{21} = -\frac{1}{1} \times \frac{1}{7} = -\frac{1}{7} \end{aligned}$$



پای تخته

۸. حاصل عبارت زیر را مشخص کنید:

$$\left[-\frac{3}{5} + \left(-\frac{2}{15}\right) \right] \times \frac{30}{44}$$

جواب: $-\frac{1}{2}$

مفهوم زیر هنگام تقسیم عددهای گویا مورد نیاز خواهد بود.

معکوس عدد:

کسر $\frac{2}{5}$ را در نظر بگیرید. اگر جای صورت و مخرج را تغییر دهیم، «معکوس» آن به دست می آید:

$$\frac{2}{5} \longrightarrow \frac{5}{2}$$

نمونه‌هایی دیگر:

معکوس عدد $-\frac{3}{6}$ برابر $-\frac{6}{3} = -2$ و معکوس عدد ۴، عدد $\frac{1}{4}$ است.

مثال: ثلث معکوس عدد $-\frac{4}{9}$ را بیابید.

پاسخ

عدد $-\frac{4}{9}$ را به صورت کسر می‌نویسیم:

$$-\frac{4}{9} = -\frac{2 \times 9 + 4}{9} = -\frac{22}{9}$$

معکوس این عدد $-\frac{9}{22}$ بوده و ثلث آن از ضرب عدد $\frac{1}{3}$ در آن به دست می آید:

$$\frac{1}{3} \times \left(-\frac{9}{22}\right) = -\frac{1 \times 9}{3 \times 22} = -\frac{1 \times 3}{1 \times 22} = -\frac{3}{22}$$





تقسیم دو عدد گویا با تغییری ساده، تبدیل به ضرب دو عدد گویا می‌شود:

روش تقسیم:

هنگام تقسیم دو عدد گویا، مراحل زیر را انجام دهید:

- کسر اول را بدون تغییر بنویسید.
- علامت \div را به \times تبدیل کرده و کسر دوم را به صورت معکوس بنویسید.
- ضرب به دست آمده را انجام دهید.

به نمونه‌ی بعد توجه کنید:

$$\left(-\frac{3}{5}\right) \div \left(+\frac{7}{4}\right) = \left(-\frac{3}{5}\right) \times \left(+\frac{4}{7}\right) = -\frac{3 \times 4}{5 \times 7} = -\frac{12}{35}$$

مثال: حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورده و جواب را ساده کنید:

الف) $-\frac{5}{3} \div \left[-3\frac{1}{2} + \frac{8}{3}\right]$ ب) $\left[-\frac{3}{5} \div \frac{2}{15}\right] \div (-1)$

پاسخ ✓

الف) برای رعایت ترتیب محاسبات، از داخل کرشه شروع می‌کنیم:

$$-3\frac{1}{2} + \frac{8}{3} = -\frac{7}{2} + \frac{8}{3} = \frac{-21 + 16}{6} = -\frac{5}{6}$$

اکنون تقسیم را انجام می‌دهیم:

$$-\frac{5}{3} \div \left(-\frac{5}{6}\right) = -\frac{5}{3} \times \left(-\frac{6}{5}\right) = +\frac{6}{3} = 2$$

ب) کاملاً مشابه قسمت الف:

$$\begin{aligned} \left[-\frac{3}{5} \div \frac{2}{15}\right] \div (-1) &= \left[-\frac{3}{5} \times \frac{15}{2}\right] \div (-1) = -\frac{3 \times 15}{5 \times 2} \div (-1) = -\frac{3 \times 3}{1 \times 2} \div (-1) \\ &= -\frac{9}{2} \div (-1) = -\frac{9}{2} \div \frac{-1}{1} = -\frac{9}{2} \times \frac{1}{-1} = \frac{9}{2} \end{aligned}$$



مثال: مقدار عبارت روبه‌رو را بیابید.

$$\left[\frac{7}{4} + \left(-\frac{1}{3}\right)\right] \div \left[\frac{5}{21} - \frac{2}{21}\right] =$$

پاسخ ✓

پسوند دو کسر اول، عدد ۱۲ مخرج مشترک است:

$$\left[\frac{21}{12} - \frac{4}{12}\right] \div \left[\frac{5-2}{21}\right] = \frac{17}{12} \div \frac{3}{21} = \frac{17}{12} \times \frac{21}{3} = \frac{17}{12} \times \frac{7}{1} = \frac{119}{12}$$



پای تخته

۹. حاصل عبارت زیر را به دست آورده و جواب را ساده کنید:

$$\left[-\frac{5}{2} + 1\frac{1}{3}\right] \div \left[-\frac{2}{5} \times \left(-1\frac{1}{4}\right)\right]$$

جواب: $-\frac{7}{3}$



یک قاعده‌ی مفید:

تقسیم $\frac{2}{3} \div \frac{5}{6}$ را در نظر بگیرید. این تقسیم را می‌توان به صورت $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{6}}$ نیز نوشت. محاسبه‌ی این کسر با ضرب عددهای

$$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{6}} = \frac{2 \times 6}{3 \times 5} = \frac{12}{15}$$

مشخص شده انجام می‌شود:

یعنی:

ضرب عددهای دور را در صورت و ضرب عددهای نزدیک را در مخرج می‌نویسیم! به این عمل «دور در دور - نزدیک در نزدیک» گفته می‌شود. به عنوان نمونه‌ی دیگر، تقسیم $\frac{9}{5} \div \left(-\frac{12}{15}\right)$ از این روش به شکل زیر انجام می‌شود:

$$\frac{\frac{9}{5}}{-\frac{12}{15}} = -\frac{9 \times 15}{5 \times 12} = -\frac{3 \times 3}{1 \times 4} = -\frac{9}{4}$$

مثال: حاصل عبارت زیر را به دست آورید:

$$\frac{-\frac{3}{16} \div \left(-\frac{5}{32}\right)}{-3\frac{3}{2} \times \frac{4}{18}}$$

پاسخ ✓

عبارت‌های صورت و مخرج را محاسبه کرده و در پایان روش نکته‌ی قبل را به کار می‌بریم:

$$\frac{-\frac{3}{16} \div \left(-\frac{5}{32}\right)}{-3\frac{3}{2} \times \frac{4}{18}} = \frac{-\frac{3}{16} \times \left(-\frac{32}{5}\right)}{-\frac{9}{2} \times \frac{4}{18}} = \frac{-\frac{3}{1} \times \left(-\frac{2}{5}\right)}{-\frac{1}{2} \times \frac{4}{2}} = \frac{\frac{6}{5}}{-\frac{4}{4}} = \frac{\frac{6}{5}}{-1} = -\frac{6}{5}$$

مثال: حاصل عبارت زیر را به دست آورده و تا حد امکان ساده کنید.

$$\left(-2\frac{1}{2} + 1\frac{1}{3}\right) \div \left(-1\frac{1}{4} \times \left(-\frac{2}{5}\right)\right) =$$

پاسخ ✓



مانند نمونه‌ها و البته با رعایت ترتیب:

$$\left(-\frac{5}{2} + \frac{4}{3}\right) \div \left(-\frac{5}{4} \times \left(-\frac{2}{5}\right)\right) = \left(-\frac{5 \times 3}{6} + \frac{4 \times 2}{6}\right) \div \left(\frac{5 \times 2}{4 \times 5}\right) = \frac{-15 + 8}{6} \div \frac{1}{2}$$

$$= \frac{-7}{6} \times \frac{2}{1} = \frac{-7}{3} \times \frac{1}{1} = -\frac{7}{3}$$



پای تخته

۱۰. حاصل عبارت مقابل را به دست آورید:



$$\frac{-\frac{5}{4} \div \left(-\frac{3}{2}\right)}{-\frac{1}{2} \div \left(-\frac{2}{3} \times \frac{6}{4}\right)} =$$

جواب: $-\frac{5}{3}$

مثال: حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$\left[\left(-\frac{7}{12}\right) - \left(-\frac{5}{8}\right) \right] \div \left(2\frac{1}{3}\right) =$$

پاسخ

بین دو کسر سمت چپ عدد ۲۴ مخرج مشترک است و سپس مشابه موارد قبل:

$$\left[-\frac{7 \times 2}{12 \times 2} + \frac{5 \times 3}{8 \times 3} \right] \div \left(\frac{7}{3}\right) = \frac{-14 + 15}{24} \div \frac{7}{3} = \frac{1}{24} \times \frac{3}{7} = \frac{1}{8} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{56}$$



توجه کنید:

تنها عددی که معکوس ندارد:

$$0 = \frac{0}{1} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{1}{0}$$

چون تقسیم عدد بر صفر معنی ندارد، بنابراین:

عدد صفر دارای معکوس نیست.

بعلاوه: (خاصیت معکوس اعداد)

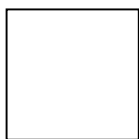
حاصل ضرب هر عدد در معکوس خودش برابر ۱ است. به نمونه‌های زیر نگاه کنید:

- $\left(\frac{3}{5}\right) \times \left(\frac{5}{3}\right) = \frac{3 \times 5}{5 \times 3} = \frac{15}{15} = 1$
- $\left(-\frac{2}{7}\right) \times \left(-\frac{7}{2}\right) = +\frac{2 \times 7}{7 \times 2} = \frac{14}{14} = 1$

مثال: (مشابه کتاب) خاصیت بالا برای معکوس اعداد را در ضرب $\frac{3}{4} \times \frac{4}{3}$ توسط شکل نشان دهید.

پاسخ ✓

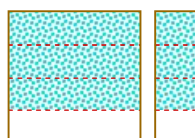
شکل واحد مقابل را در نظر بگیرید:



اکنون کسر $1\frac{4}{3} = \frac{4}{3}$ را با آن نشان داده و $\frac{3}{4}$ از آن را رنگ می‌کنیم:



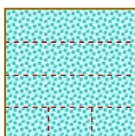
$$\frac{4}{4}$$



$$\frac{3}{4} \times \frac{4}{3}$$

شکل سمت راست در واقع به صورت روپه‌رو و برابر واحد است؛ پس:

$$\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = 1$$



پاسخ دهید (۳) ?

۱- برای جمع و تفریق‌های زیر، محور و حرکت‌های متناظر رسم کنید:

ج) $-\frac{4}{3} + (-\frac{2}{3}) =$

ب) $(+\frac{12}{5}) - (+\frac{10}{5}) =$

الف) $(+\frac{7}{4}) + (-\frac{9}{4}) =$

(راهنمایی: ابتدا تفریق را به جمع تبدیل کنید!)

۲- محاسبه و ساده کنید:

ب) $\frac{-7}{18} - \frac{-11}{12} - \frac{1}{-36} =$

الف) $+\frac{7}{18} - \frac{11}{12} - \frac{1}{36} =$

ت) $-\frac{1}{28} + \frac{-1}{35} - \frac{+5}{42} =$

پ) $5 - (\frac{1}{18} - 3\frac{5}{12}) =$

۳- روی محور، از نقطه‌ی ۳ + حرکتی به اندازه‌ی $2\frac{3}{4}$ - رسم کنید.

۴- حاصل هر عبارت را محاسبه کرده و جواب را ساده کنید:

ب) $\frac{(-62) \times (+7)}{+155} =$

الف) $\frac{(-128) \times (-98)}{+49 \times (-96) \times (-20)} =$

۵- ضرب‌های زیر را انجام دهید:

ب) $(-2\frac{1}{3}) \times (+1\frac{4}{10}) =$

الف) $(-\frac{3}{8}) \times (-\frac{4}{5}) =$

ت) $(-\frac{1}{3}) \times \left[(+1\frac{4}{3}) - (+\frac{7}{2}) \right] =$

پ) $(+3\frac{1}{8}) \times (-4\frac{4}{5}) =$



$$\text{ث) } \left(+2\frac{1}{2}\right) \times \left[\left(-\frac{5}{8}\right) - \left(-\frac{7}{6}\right) \right] =$$

۶- معکوس اعداد زیر را بیابید:

الف) $-\frac{2}{7}$ ب) $-\left(+ \left(- \left(-3\frac{2}{3} \right) \right) \right)$

۷- حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید:

الف) $(-81) \div (+21) =$ ب) $(-2\frac{1}{3}) \div (-\frac{1}{15}) =$
 پ) $-\left[+1\frac{1}{4} \div \left(-4\frac{4}{3}\right) \right] =$ ت) $-\frac{3}{5} \div \left[-3\frac{1}{2} \div \left(-5\frac{5}{6}\right) \right] =$

۸- حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید:

الف) $-\frac{2}{3} \times \frac{-1}{-\frac{2}{3}} =$ ب) $\frac{-\frac{5}{4} \div \left(-\frac{-3}{2}\right)}{-\frac{1}{2} \div \left[+1\frac{1}{3} - \left(+\frac{5}{6}\right) \right]} =$

منتخب کتاب:

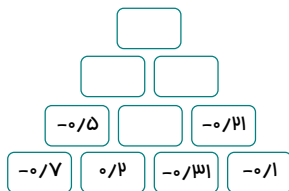
۱ حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید:

الف) $\left(-\frac{6}{17}\right) + \left(-\frac{-8}{17}\right) =$ ب) $\left(-\frac{2}{63}\right) - \left(-\frac{5}{72}\right) =$ پ) $\left(-\frac{7}{9}\right) \div \left(-\frac{28}{27}\right) =$ ت) $-2/4 \div 1/2 =$

۲ حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید:

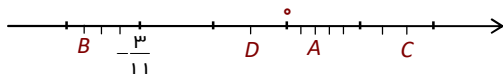
الف) $\left(\frac{2}{5} - \frac{3}{5} - \frac{7}{5} + \frac{4}{5}\right) \times \left(-\frac{5}{3}\right) =$ ب) $\left(-\frac{3}{8} + \frac{1}{6} - \frac{8}{9}\right) \div \left(\frac{-7}{24}\right) =$
 پ) $(-2 + 3 - 7) + \left(-\frac{1}{3} + \frac{2}{5} - \frac{1}{15}\right) =$

۳ به کمک الگویابی، جاهای خالی را کامل کنید.



چالش (ویژه علاقمندان)

طبق شکل زیر، حاصل عبارت $-D - 2B + \frac{C}{p} - \frac{A}{s}$ را حساب کنید.





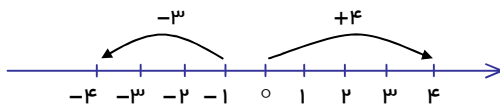
پاسخنامه

فعالیت‌های پای تخته فصل اول

۱- قرینه‌ی ۴- عدد ۴+ و قرینه‌ی ۳+ عدد ۳- است؛ که به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$-(+3) = -3 \quad \text{و} \quad -(-4) = +4$$

حرکت روی محور به صورت زیر است:



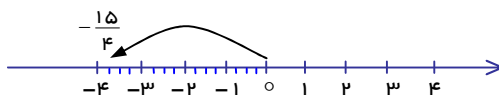
۲- قرینه‌یابی‌ها را انجام داده و سپس جمع و تفریق معمولی:

$$+44 - (-95) - (+38) = +44 + 95 - 38 = 139 - 38 = 101$$

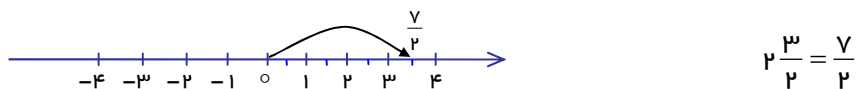
۳- با توجه به ترتیب انجام محاسبات و آنچه در درس ذکر شد:

$$\begin{aligned} [-24 \div \underbrace{\left(\frac{-16}{-2}\right)}] \times (-8) \div (-4) - (-6) &= \underbrace{[-24 \div (+8)]} \times (-8) \div (-4) - (-6) = \underbrace{(-3) \times (-8)} \div (-4) - (-6) \\ &= \underbrace{(+24) \div (-4)} - (-6) = (-6) - (-6) = -6 + 6 = 0 \end{aligned}$$

۴- برای نمایش عدد $-\frac{15}{4}$ روی محور، هر واحد محور را به ۴ قسمت مساوی تبدیل می‌کنیم:



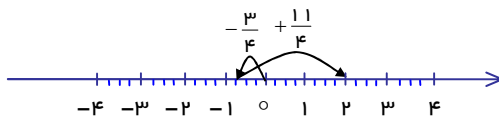
برای نمایش عدد مخلوط $2\frac{3}{4}$ روی محور، ابتدا آن را به کسر تبدیل می‌کنیم و سپس مانند مورد قبل:



۵- طبق نکته‌ای که گفتیم، چون عدد ۲۰ جذر کامل ندارد، عدد $\sqrt{20}$ گویا نیست. سایر اعداد گویا هستند:

$$\sqrt{81} = 9 = \frac{9}{1}, \quad -12 = \frac{-12}{1}, \quad -\frac{0}{5} = 0$$

۶- الف) ابتدا نقطه‌ی $-\frac{3}{4}$ را مشخص کرده و سپس با شروع از آن، به اندازه‌ی $+\frac{11}{4}$ حرکت می‌کنیم:



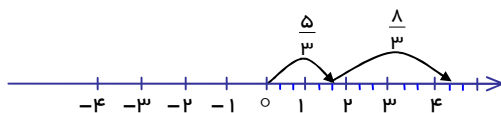
مشاهده می‌کنید که نقطه‌ی پایان ۲+ است. بنابراین:

$$-\frac{3}{4} + \frac{11}{4} = 2$$



ب) ابتدا عدد $2\frac{2}{3}$ را به کسر تبدیل کرده و قرینه‌سازی را انجام می‌دهیم:

$$\frac{5}{3} - (-2\frac{2}{3}) = \frac{5}{3} - (-\frac{8}{3}) = \frac{5}{3} + \frac{8}{3}$$



بنابراین حاصل برابر $\frac{13}{3}$ است.

۷- طبق روش گفته شده و با توجه به این که ک.م.م مخرج‌ها برابر ۱۰۰ است:

$$3\frac{4}{25} - 2\frac{7}{20} = \frac{79}{25} - \frac{47}{20} = \frac{79 \times 4}{25 \times 4} - \frac{47 \times 5}{20 \times 5} = \frac{316}{100} - \frac{235}{100} = \frac{316 - 235}{100} = \frac{81}{100}$$

بنابراین:

$$\sqrt{\frac{81}{100}} = \frac{9}{10} = 0.9$$

۸- ابتدا حاصل جمع عبارت داخل کروشه را محاسبه کرده و سپس ضرب را انجام می‌دهیم:

$$\left[-\frac{3}{5} + (-\frac{2}{15}) \right] \times \frac{30}{44} = \left(-\frac{3}{5} - \frac{2}{15} \right) \times \frac{30}{44} = \frac{-9-2}{15} \times \frac{30}{44} = \frac{-11}{15} \times \frac{30}{44} = -\frac{11}{15} \times \frac{2 \times 15}{11 \times 4}$$

اکنون عددهای مشترک بین صورت و مخرج را با هم ساده می‌کنیم:

$$-\frac{11}{15} \times \frac{2 \times 15}{11 \times 4} = -\frac{1}{1} \times \frac{2}{4} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

۹- ابتدا حاصل عبارت داخل کروشه‌ها را به دست می‌آوریم و در آخر تقسیم را به ضرب تبدیل می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \left[-\frac{5}{2} + 1\frac{1}{3} \right] \div \left[-\frac{2}{5} \times (-1\frac{1}{4}) \right] &= \left(-\frac{5}{2} + \frac{4}{3} \right) \div \left[-\frac{2}{5} \times (-1\frac{1}{4}) \right] = \left(\frac{-15+8}{6} \right) \div \left[-\frac{2}{5} \times (-1\frac{1}{4}) \right] \\ &= \left(\frac{-7}{6} \right) \div \left[-\frac{2}{5} \times (-1\frac{1}{4}) \right] = \left(\frac{-7}{6} \right) \div \left(-\frac{2}{5} \times \left(-\frac{5}{4} \right) \right) = \left(\frac{-7}{6} \right) \div \left(+\frac{10}{20} \right) \\ &= \left(\frac{-7}{6} \right) \div \left(+\frac{1}{2} \right) = \left(\frac{-7}{6} \right) \times \left(+\frac{2}{1} \right) = -\frac{14}{6} = -\frac{7}{3} \end{aligned}$$

۱۰- ابتدا حاصل عبارت داخل پرانتز را به دست آورده و سپس از روش دور در دور - نزدیک در نزدیک استفاده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \frac{-\frac{5}{4} \div \left(-\frac{3}{2} \right)}{-\frac{1}{2} \div \left(-\frac{2}{3} \times \frac{6}{4} \right)} &= \frac{-\frac{5}{4} \div \left(+\frac{3}{2} \right)}{-\frac{1}{2} \div \left(-\frac{12}{12} \right)} = \frac{-\frac{5}{4} \div \left(+\frac{3}{2} \right)}{-\frac{1}{2} \div (-1)} = \frac{-\frac{5}{4} \div \left(+\frac{3}{2} \right)}{+\frac{1}{2}} \\ &= \frac{-\frac{5}{4} \times \frac{2}{3}}{+\frac{1}{2}} = \frac{-\frac{5 \times 2}{4 \times 3}}{+\frac{1}{2}} = \frac{-\frac{10}{12}}{+\frac{1}{2}} = \frac{-\frac{10 \times 2}{12 \times 1}}{+\frac{1}{2}} = \frac{-\frac{20}{12}}{+\frac{1}{2}} = -\frac{5}{3} \end{aligned}$$

لیست کامل مجموعه‌های آموزشی

ریاضی تیزهوشان	متوسطه اول (عادی)	دوره ابتدایی (عادی)
ریاضی تیزهوشان ششم	جزوه ریاضی هفتم	جزوه ریاضی پنجم
ریاضی تیزهوشان هفتم	جزوه ریاضی هشتم	جزوه ریاضی ششم
ریاضی تیزهوشان هشتم	جزوه ریاضی نهم	
ریاضی تیزهوشان نهم		

استعداد تحلیلی (ششم به هفتم)	استعداد تحلیلی (نهم به دهم)
جزوه هوش کلامی (ادبی)	جزوه هوش غیرکلامی (تصویری)
جزوه هوش غیرکلامی (تصویری)	جزوه هوش ریاضی و محاسبات
جزوه هوش ریاضی - منطقی و سرعتی	جزوه هوش منطقی و استدلال (شامل تحلیل متن)

متوسطه دوم (تجربی: کنگوری)	متوسطه دوم (تجربی: تشریحی)
جزوه کنکور ریاضی دهم	جزوه تشریحی ریاضی دهم
جزوه کنکور ریاضی یازدهم	جزوه تشریحی ریاضی یازدهم
جزوه کنکور ریاضی دوازدهم	جزوه تشریحی ریاضی دوازدهم
جزوه جامع کنکور تجربی	

متوسطه دوم (ریاضی: کنگوری)	متوسطه دوم (ریاضی: تشریحی)
جزوه کنکور ریاضی دهم	جزوه تشریحی ریاضی دهم
جزوه کنکور مسابان (۱)	جزوه تشریحی هندسه (۱)
جزوه کنکور آمار و احتمال	جزوه تشریحی هندسه (۲)
جزوه کنکور هندسه (۲)	جزوه تشریحی مسابان (۱)
جزوه کنکور مسابان (۲)	جزوه تشریحی آمار و احتمال
جزوه کنکور ریاضیات گسسته	جزوه تشریحی ریاضیات گسسته
جزوه کنکور هندسه (۳)	جزوه تشریحی هندسه (۳)
جزوه جامع کنکور ریاضی	جزوه تشریحی مسابان (۲)

رشته انسانی
جزوه ریاضی و آمار پایه دهم (تشریحی + کنکور در یک مجموعه، البته تفکیک شده)
جزوه ریاضی و آمار پایه یازدهم (تشریحی + کنکور در یک مجموعه، البته تفکیک شده)
جزوه ریاضی و آمار پایه دوازدهم (تشریحی + کنکور در یک مجموعه، البته تفکیک شده)

ما متمرکز بر ارتقای کیفیت آموزش هستیم.

سپاس از توجهتان



۰۹۳۵ ۶۰۰ ۸۴۵۴
 ۰۹۲۰ ۶۰۰ ۸۴۵۴